الثانوية التأهيلية	فرض محروس رقم 1	الموسم الدراسي	2007/2006
مولاي رشيد	في مادة الرياضيات	مدة الإنجاز	ساعتان
أجلموس - خنيفرة	www.riyadiyat.net	المستوى الدراسي	2Bac – sc – ex

سلم التنقيط

نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_n$ المعرفة بما يلي $\begin{cases} u_0 = 2 \\ \forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = \frac{1}{2}\left(u_n + \frac{2}{u_n}\right) \end{cases}$

I) - الدراسة المباشرة للمتتالية: (10ن)

(1ن) 1)-أ- أحسب : u_1 و u_2 .

(1ن) ب- بين أن : $\forall n \in IN, u_n \geq \sqrt{2}$.

(1ن) 2)-أ-بين أن المتتالية $(u_n)_n$ تناقصية .

(1ن) ب-استنتج أن المتتالية $(u_n)_n$ متقاربة و أن $\forall n \in IN, u_n \leq 2$.

(2ن) 3)-أ-بين أن : $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} - \sqrt{2} = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{\sqrt{2}}{u_n}\right)\left(u_n - \sqrt{2}\right)$

(2ن) ب- استنتج أن : $\forall n \in \mathbb{N}, 0 \leq u_{n+1} - \sqrt{2} \leq \frac{1}{2}\left(u_n - \sqrt{2}\right)$.

(2ن) ج- استنتج أن $\forall n \in \mathbb{N}, 0 \leq u_n - \sqrt{2} \leq \frac{1}{2^n}\left(2 - \sqrt{2}\right)$ ثم أحسب $\lim_{n \to +\infty} u_n$.

II) –استعمال الدالة لدراسة المتتالية :(8ن)

نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة على IR^* بما يلي :

$\forall x \in \mathbb{R}^*, f(x) = \frac{1}{2}\left(x + \frac{2}{x}\right)$.

(1ن) 1)- أ- بين أن لكل عنصرين مختلفين x و y من المجال $]0, +\infty[$:

$\frac{f(x) - f(y)}{x - y} = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{2}{xy}\right)$.

(1ن) ب- استنتج أن الدالة f تزايدية قطعا على المجال $[\sqrt{2}, +\infty[$.

(1ن) 2)- حل في المجال $]0, +\infty[$ المعادلة : $f(x) = x$.

3)-نضع : $I = [\sqrt{2}, 2]$.

(1ن) أ- بين أن : $f(I) \subset I$.

(1ن) ب-برهن أن : $\forall n \in \mathbb{N}, u_n \in I$.

(1ن) ج- أدرس رتابة المتتالية $(u_n)_n$.

(1ن) د- استنتج أن المتتالية $(u_n)_n$ متقاربة ثم أحسب $\lim_{n \to +\infty} u_n$.

III – لتكن الدالة g قصور الدالة f على المجال $[\sqrt{2}, +\infty[$.

(1ن) 1)-بين أن الدالة g تقابل من المجال $[\sqrt{2}, +\infty[$ نحو مجال يجب تحديده.

(2ن) 2)- حدد التعبير $g^{-1}(x)$ بدلالة x .