Lycée Omar Ibn Elkhatab -Méknes -	Devoir Surveillé 01 04/11/2017	Niveau : 2 bac PC BIOF Durée : 2H

Exercice 01 : 08pts

1pt 1) **Résoudre dams $\mathbb{R}$ l'équation :** $\sqrt[3]{x^2+2x+1}-5\sqrt[3]{x+1}+6=0$

1pt 2) **a- Placer dans un ordre croissant les nombres :** $\sqrt{2}$; $\sqrt[4]{3}$: $\sqrt[3]{4}$.

1pt **b- Montrer que :** $\dfrac{\sqrt[3]{2^{10}}\times\sqrt{\sqrt{64}}\times\sqrt[5]{6^5}}{\sqrt{18}\sqrt{\sqrt[3]{256}}}=16$

1pts 3) **Soit f la fonction définie par :** $\begin{cases} f(x)=\dfrac{\sqrt{2x+8}-\sqrt{x+6}}{x+\sqrt{-2x}} \;.......x\neq-2 \\ f(-2)=\dfrac{1}{2} \end{cases}$

Montrer que f est continue en -2.

4 pts 4) **montrer que :** $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{2\sqrt{x+1}-x-2}{2x^2}=-\dfrac{1}{8}$ **puis calculer les limites suivantes:**

$L_1=\lim\limits_{x\to5}\dfrac{\sqrt[3]{x+3}-2}{x^2-6x+5}$; $L_2=\lim\limits_{x\to2}\dfrac{\sqrt[3]{6x-4}-\sqrt{3x-2}}{x-2}$; $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt[3]{x^3+x+1}-2x+1$

Exercice 02 :05pts

soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x)=\dfrac{1}{x}-2\sqrt{x-1}$.

0.5pts 1- **a- Vérifier que** $D_g=[-1.0[\cup]0.+\infty[$

1.5 pt **b -Calculer :** $\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)$; $\lim\limits_{x\to0^+}g(x)$; $\lim\limits_{x\to0^-}g(x)$

1 pt 2- **Montrer que g est strictement décroissante sur** $]0.+\infty[$

1 pt 3- **a- Montrer que l'équation $g(x)=0$ admet une unique solution α dans** $\left]\dfrac{1}{4};1\right[$

1 pt **b- Montrer que :** $4\alpha^3+4\alpha^2-1=0$

Exercice 03 : 07 pts

Soit f la fonction définie par $f(x)=\dfrac{1-\sqrt{x-1}}{x-2}$ **si** $x\neq2$ **et** $f(2)=-\dfrac{1}{2}$

0.5 pt 1) **Montrer que f est continue en 2.** 2) **Calculer** $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$

0.5pt 2) **a- Montrer que** $\forall x\in]1.+\infty[\quad \dfrac{f(x)+1}{x-1}=\dfrac{1}{x-2}-\dfrac{1}{(x-2)\sqrt{x-1}}$

1 pt **b- Etudier la dérivabilité de f a droite de 1 et interpréter géométriquement le résultat**

1pt 4) **a- Montrer que :** $\forall x\in]1.+\infty[\quad f'(x)=\dfrac{x-2\sqrt{x-1}}{2(x-2)^2\sqrt{x-1}}$

1pt **b- Tracer le tableau de variation de f .**

1 pt 5) **a- Montrer que g admet une fonction réciproque g^{-1} définie sur un intervalle J qu'on déterminera**

0.5 pt **b- Calculer** $\left(f^{-1}\right)'\left(-\dfrac{1}{2}\right)$

0.5+1 pt **c- Montrer que :** $\forall x\in J\quad f^{-1}(x)=\dfrac{2x^2+2x+1}{2x^2}$

2pts **Bonus** 1) **Résoudre dams $\mathbb{R}$ l'équation :** $(E);\sqrt{x+1}-\sqrt[3]{x}=1$

2 pts 2) **calculer** $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{16\sqrt{x-\sqrt{x}}-3\sqrt{2}x-4\sqrt{2}}{(x-4)^2}$

Prof ; Rahmouni