ثانوية موسى بن نصير نيابة الخميسات	فرض محروس رقم 02 الدورة الأولى 2014/2013	2 بكالوريا علوم فيزيائية 04 ن : عبدالله بن لحتير مدة الإنجاز : ساعتان

❖ **تمرين رقم 01: (14 نقطة)**

⇦ لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي :

$(\forall x\in\mathbb{R});\ f(x)=x+3-\sqrt{x^2+5}$.

0,75 **1)**- بين أن المنحنى (C_f) يقبل بجوار $+\infty$ مقاربا أفقيا (Δ_1) معادلته $y=3$.

1 **2)**- تحقق أن : $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$ ، ثم بين أن المنحنى (C_f) يقبل بجوار $-\infty$ مقاربا مائلا (Δ_2) معادلته : $y=2x+3$.

0,75 **3)**- حدد أفصول نقطة تقاطع المنحنى (C_f) مع محور الأفاصيل .

1 **4)**- أ- بين أن : $(\forall x\in\mathbb{R});\ f'(x)=\dfrac{\sqrt{x^2+5}-x}{\sqrt{x^2+5}}$.

1 ب- إستنتج أن f تزايدية قطعا على $\mathbb{R}$ ، ثم ضع جدول تغيراتها .

1 ج- أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) في النقطة ذات الأفصول $x_0=\dfrac{-2}{3}$.

0,5 **5)**- أ- بين أن : $(\forall x\in\mathbb{R});\ f(x)-x=\dfrac{4-x^2}{3+\sqrt{x^2+5}}$.

1,5 ب- حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $(E):\ f(x)=x$ ، ثم حدد الوضع النسبي للمنحنى (C_f) مع المستقيم (Δ) الذي معادلته $y=x$.

1,5 **6)**- أرسم المنحنى (C_f) في معلم متعامد و ممنظم $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1 **7)**- أ- بين أن f تقبل دالة عكسية f^{-1} معرفة على مجال ينبغي تحديده .

1 ب- بين أن f^{-1} قابلة للإشتقاق في الصفر ثم أحسب $\left(f^{-1}\right)'(0)$.

1 ج- أرسم المنحنى $\left(C_{f^{-1}}\right)$ في المعلم $(O;\vec{i};\vec{j})$.

8)- لتكن $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المتتالية المعرفة بما يلي :

$u_0=1$ و $(\forall n\in\mathbb{N});u_{n+1}=f(u_n)$.

0,5 أ- بين بالترجع أن : $(\forall n\in\mathbb{N});1\le u_n<2$.

1 ب- أدرس رتابة المتتالية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ ، ثم إستنتج أنها متقاربة .

0,5 ج- أحسب نهاية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$.

9)- لكل n من $\mathbb{N}^*$ ، نضع : $S_n=3n-\sum\limits_{k=0}^{n-1}\sqrt{{u_k}^2+5}$.

1 ▪ عبر عن S_n بدلالة u_n لكل n من $\mathbb{N}^*$ ، ثم إستنتج نهاية المتتالية $(S_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$.

❖ **تمرين رقم 02:** (06 نقط)

⇦ لتكن $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المتتالية المعرفة بما يلي :

$u_0 = 3$ و $(\forall n \in \mathbb{N}); u_{n+1} = \dfrac{8(u_n - 1)}{u_n + 2}$.

0,75 **1)**- بين بالترجع أن : $(\forall n \in \mathbb{N}); 2 < u_n < 4$.

0,75 **2)**- أدرس رتابة المتتالية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ ، ثم إستنتج أنها متقاربة .

0,75 **3)**- أ- بين بالترجع أن : $(\forall n \in \mathbb{N}); 4 - u_{n+1} \le \dfrac{4}{5}(4 - u_n)$.

0,75 ب- بين أن : $(\forall n \in \mathbb{N}); 0 < 4 - u_n \le \left(\dfrac{4}{5}\right)^n$ ، ثم إستنتج نهاية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$.

4)- لكل n من $\mathbb{N}$ ، نضع : $v_n = \dfrac{u_n - 4}{u_n - 2}$.

1 أ- بين أن $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متتالية حسابية محددا أساسها و حدها الأول .

1 ب- عبر عن u_n بدلالة n ، ثم إستنتج مرة أخرى نهاية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$.

5)- لكل n من $\mathbb{N}$ ، نضع : $S_n = u_0 + u_1 + ... + u_n$.

1 ▪ بين أن : $(\forall n \in \mathbb{N}); S_n \ge 4n - 1 + \dfrac{4^{n+1}}{5^n}$ ، ثم إستنتج نهاية $(S_n)_{n\in\mathbb{N}}$.

❖ **تمرين إضافي رقم 01:**

▪ بين أن المتتالية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ المعرفة بما يلي :

2 $(\forall n \in \mathbb{N}^*); u_n = \dfrac{1}{1\times 3} + \dfrac{1}{2\times 5} + \dfrac{1}{3\times 7} + ... + \dfrac{1}{n(2n+1)}$ متقاربة .

❖ **تمرين إضافي رقم 02:**

2 ▪ أحسب نهاية المتتالية $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المعرفة بما يلي : $(\forall n \in \mathbb{N}); v_n = \left(\sum_{k=0}^{2n} \sqrt{k}\right) - (2n+1)\sqrt{n}$.

إنتهى الموضوع .

تخصص نقطة إضافية لحسن التنظيم و جودة التحرير و الدقة في الأجوبة .

$$e^{i\pi} + 1 = 0$$

$$e^{iu} = \cos(u) + i\sin(u)$$

$$\gamma = \lim_{n\to\infty}\left(1 + \frac{1}{2} ... + \frac{1}{n} - \log(n)\right)$$

$$V - E + F = 2$$

$$S - I = \sum_{k=1}^{p} \frac{B_{2k}}{(2k)!}\left(f^{(2k-1)}(n) - f^{(2k-1)}(0)\right) + R$$