المجمع التربوي علال عواد بطانة – سلا	فرض محروس رقم 2: بتاريخ: 04-11-2016 ساعة و نصف	المستوى: الثانية علوم رياضية الأستاذ: م. ادير

التمرين الأول: (14 نقط)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي :
$$\begin{cases} f(x)=\dfrac{x}{1+Arc\tan x} & ; x\geq 0 \\ f(x)=\dfrac{x-1}{x}\sqrt[3]{1-x^3} & ; x<0 \end{cases}$$

1- أ – حدد $\lim\limits_{x\to 0^-} f(x)$ و أول هندسيا النتيجة .

ب – ادرس اتصال الدالة f على اليمين في 0 .

2- أ – بين أن f قابلة للإشتقاق على اليمين في 0 .

ب – ادرس الوضع النسبي لمنحنى الدالة f بالنسبة لنصف مماسه على اليمين في 0 .

3- حدد $f'(x)$ لكل x من المجال $]-\infty;0[$ و ادرس إشارته.

4- أ – بين أن $\forall x>0: \dfrac{x}{1+x^2}<Arc\tan x$.

ب – حدد $f'(x)$ لكل x من المجال $]0;+\infty[$ و ادرس إشارته.

5- أ – احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}(\sqrt[3]{1-x^3}+x)$.

ب – استنتج أن المستقيم ذي المعادلة : $y=-x+1$ مقارب مائل ل (C_f) بجوار $-\infty$.

6- ادرس الفرع اللانهائي لمنحنى f بجوار $+\infty$.

7- أنشئ (C_f) منحنى f في معلم متعامد ممنظم $(\dfrac{2}{2+\pi}\simeq 0,4 \;\; ; \;\; \sqrt[3]{2}\simeq 1,25)$.

التمرين الثاني: (6 نقط)

لتكن f دالة عددية قابلة للإشتقاق مرتين على مجال I . و ليكن a و b عددين حقيقيين من I بحيث $a<b$.

و لنعتبر الدالة φ المعرفة على I بما يلي : $\varphi(x)=f(b)-f(x)-(b-x)f'(x)-\dfrac{(b-x)^2}{2}k$ حيث k ثابتة حقيقية محددة بالشرط $\varphi(a)=0$.

1- أ – احسب $\varphi(b)$.

ب – استنتج أن : $\exists c\in]a;b[:\varphi'(c)=0$

2- أ – ادرس قابلية اشتقاق φ على I ثم حدد $\varphi'(x)$ لكل x من I .

ب – استنتج الثابتة k بدلالة c .

ج – استنتج أن : $\dfrac{f(b)-f(a)}{b-a}=f'(a)+\dfrac{b-a}{2}f''(c)$

تمرين إضافي1: Extension du théorème de Rolle

لتكن f دالة معرفة متصلة على المجال $[a;+\infty[$ و قابلة للاشتقاق على $]a;+\infty[$ بحيث $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=f(a)$.

بين أن: $\exists x_0\in]a;+\infty[:f'(x_0)=0$.

تمرين إضافي2:

لتكن f دالة عددية قابلة للإشتقاق على مجال I . و لتكن x_1 و x_2 و x_3 من I بحيث: $2f(x_3)=f(x_1)+f(x_2)$

بين أن : $\exists c\in I:f'(c)=0$.