الثانوية التأهيلية	فرض محروس رقم 1	الموسم الدراســي	2013-2012
وادي الذهب	في مادة الرياضـــيات	مدة الإنجـــــــاز	ساعتان
تيفلت – الخميسات	www.riyadiyat.net	المستوى الدراسي	2BSM

• التمرين الأول: (4ن)

1)- لتكن f الدالة العددية المعرفة بما يلي: $f(x)=\frac{1-x^n}{1-x}, n\geq 2$.

(1ن) a- حدد التمديد بالاتصال g للدالة (إن وجد) f في النقطة $x_0=1$.

(1ن) b- أدرس اتصال الدالة h حيث: $\begin{cases} h(x)=\sqrt{2}+\frac{1-x^{2012}}{1-x}, x\neq 1 \\ h(1)=2012+\sqrt{2} \end{cases}$ في النقطة $x_0=1$.

2)- نعتبر الدالة العددية k المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي: $k(x)=x^3+x+1$.

(1ن) a- بين أن المعادلة $k(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في $\mathbb{R}$.

(1ن) b- تحقق أن $\alpha\in[-1,0]$، ثم أعط تأطيرا للعدد α سعته 0.25.

• التمرين الثاني: (5ن)

1)- نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n>0}$ حيث: $\forall n\in\mathbb{N}^*, u_n=\sum_{k=1}^{k=n}\frac{1}{k(k+2)}$.

(1.5ن) a- أحسب $\frac{1}{k}-\frac{1}{k+2}$ ثم استنتج أن $(u_n)_{n>0}$ متقاربة و احسب $\lim_{n\to+\infty}u_n$.

(0.5ن) b- استنتج أن: $\exists N\in\mathbb{N} / \forall n\geq N, \left|u_n-\frac{3}{4}\right|<\frac{1}{4}$.

2)- نعتبر المتتالية العددية (v_n) حيث: $v_0=1$ و $\forall n\in\mathbb{N}, v_{n+1}=\sqrt{1+v_n}$.

(1.5ن) a- بين أن $\forall n\in\mathbb{N}^*, \sqrt{2}\leq v_n\leq 2$.

(1.5ن) b- بين أن (v_n) تزايدية قطعا، ثم استنتج أنها متقاربة و احسب نهايتها.

• التمرين الثالث: (3.5ن)

نعتبر المتتاليتين العدديتين (u_n) و (v_n) حيث: $\begin{cases} \forall n\in\mathbb{N}, u_n=1+\frac{1}{1!}+\frac{1}{2!}+....+\frac{1}{n!} \\ \forall n\in\mathbb{N}, v_n=u_n+\frac{1}{n(n!)} \end{cases}$.

(1.5ن) 1)-a- بين أن (u_n) و (v_n) متحاذيتان. (نضع $\lim_{n\to+\infty}u_n=e$).

(0.5ن) b- بين أن $e>0$ و أن : $\forall n\in\mathbb{N}^*, u_n\leq e\leq v_n$.

2)- نفترض أن $e=\frac{p}{q}$ ، حيث $p\in\mathbb{N}$ و $q\in\mathbb{N}^*$.(p و q أوليان فيما بينهما).

(0.5ن) a- بين أن $\forall q\in\mathbb{N}^*, q(q!)\left(1+\frac{1}{1!}+\frac{1}{2!}+....+\frac{1}{q!}\right)\in\mathbb{N}$

(1ن) b- استنتج أن $\exists m\in\mathbb{N} / m<p(q!)<m+1$، و استنتج أن $e\notin\mathbb{Q}$.

الثانوية التأهيلية	فرض محروس رقم 1	الموسم الدراسي	2013-2012
وادي الذهب	في مادة الرياضيات	مدة الإنجاز	ساعتان
تيفلت – الخميسات	www.riyadiyat.net	المستوى الدراسي	2BSM

● **التمرين الرابع: (7.5ن)**

نعتبر الدالة العددية f_n بحيث $f_n(x)=-1+\sum_{k=1}^{k=n} x^k$، حيث $n\geq 2$.

(1.5ن) 1)- a- أدرس تغيرات الدالة f_n على $[0,+\infty[$، لكل $n\geq 2$ و حدد $f_n(0)$ و $f_n(1)$.

(1.5ن) b- بين أنه لكل $n\geq 2$، المعادلة $f_n(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α_n في المجال $]0,1[$ ثم حدد α_2.

(1ن) 2)- a- بين أنه لكل $n\geq 2$، $f_{n+1}(\alpha_{n+1})=f_n(\alpha_{n+1})+\alpha_{n+1}^{n+1}$ و استنتج أن $f_n(\alpha_{n+1})<0$.

(1ن) b- بين أن المتتالية $(\alpha_n)_{n\geq 2}$ تناقصية ثم أدرس تقاربها.

(1ن) c- بين أن لكل $x\neq 1$، $f_n(x)=\frac{x^{n+1}-2x+1}{x-1}$ و استنتج أن $\forall n\geq 2, \alpha_n^{n+1}-2\alpha_n+1=0$

(1.5ن) d- بين أن لكل $n\geq 2$، $\alpha_n<\alpha_2<1$ و أن $0<2\alpha_n-1<\alpha_2^{n+1}$، ثم أحسب $\lim_{n\to+\infty}\alpha_n$

Bonne chance