M-ALLAT G S alfalah TAZA	الفرض المحروس رقم 5 مدة الانجاز : ساعتان	1^{ERE} BAC SM 2015/2016

التمريـــن 1: 8.5 ن

المستوى منسوب إلى معلم متعامد وممنظم $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$.

نعتبر النقط $A(1,1)$ و $B(-2,2)$ و $C(0,3)$ و α القياس الرئيسي للزاوية $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right)$.

لتكن (C) مجموعة النقط $M(x,y)$ من المستوى التي تحقق : $x^2+y^2-x-4y+3=0$.

1) أ- بين أن $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=5$ و أن $\det\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right)=-5$.

ب- أحسب $\cos\alpha$ و $\sin\alpha$ ثم حدد α .

ج- أحسب مساحة المثلث ABC

2) بين أن (C) دائرة مركزها $\Omega\left(\frac{1}{2},2\right)$ وشعاعها $R=\frac{\sqrt{5}}{2}$.

3) أ- تحقق من أن A تنتمي إلى الدائرة (C) .

ب- حدد معادلة ديكارتية للمماس (T) للدائرة (C) في النقطة A .

4) تحقق من أن $B\in Ext(C)$ ثم حدد معادلتي المماسين للدائرة (C) المارين من النقطة B .

5) نعتبر $(\Gamma)=\left\{M\in(P)/MA=2MB\right\}$. بين هندسيا أن (Γ) دائرة .

التمرين 2 : 6.5 ن

1) بين أن $\cos x+\sin x=\sqrt{2}\cos\left(x-\frac{\pi}{4}\right)$ $(\forall x\in\mathbb{R})$ ثم استنتج أن $\tan\left(\frac{\pi}{8}\right)=\sqrt{2}-1$.

2) لكل $x\in\mathbb{R}$ نضع $P(x)=\sin x+\sin(3x)-\cos x$.

أ- بين أن $P(x)=\cos x\left(2\sin(2x)-1\right)$.

ب- حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $P(x)=0$.

3) نعتبر $x\in\left]\frac{-\pi}{6},\frac{\pi}{6}\right[$.

أ- بين أن $\tan\left(x-\frac{\pi}{3}\right)+\tan\left(x+\frac{\pi}{3}\right)=\frac{4\sin(2x)}{2\cos(2x)-1}$

ب- بين أن $\cos(3x)=\cos x\left(2\cos(2x)-1\right)$. (لاحظ أن $\cos(3x)=\cos(2x+x)$)

ج- استنتج مما سبق أن $\tan\left(x-\frac{\pi}{3}\right)+\tan\left(x+\frac{\pi}{3}\right)+\tan x=3\tan(3x)$

التمرين 3 : 6.5 ن

لكل $x\in\mathbb{R}$ نضع $g(x)=\sin(4x)-2\sin^2(2x)$

1) أ- بين أن $g(x)=2\sin(2x)\left(\cos(2x)-\sin(2x)\right)$

ب- بين أن $g(x)=2\sqrt{2}\cos\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)\times\sin(2x)$

2) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $g(x)=0$

3) حل في المجال $[0,\pi]$ المتراجحة $g(x)>0$

4) أ- بين أن $g(x)=\cos(4x)+\sin(4x)-1$

ب- استنتج أن $\cos 7+\sin 7>1$.

التمرين 4 : إضافي 1.5 ن

بين أن المعادلة $\cos(\sin x)=\sin(\cos x)$ لا تقبل حلولا في $\mathbb{R}$.