الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
المسالك الدولية
الدورة العادية 2020
- الموضوع -

SSSSSSSSSSSSSSSSSSSS | NS 22F

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية
والتكوين المهني
والتعليم العالي والبحث العلمي
المركز الوطني للتقويم والامتحانات

3	مدة الإنجاز	الرياضيات	المادة
7	المعامل	شعبة العلوم التجريبية مسلك علوم الحياة والأرض ومسلك العلوم الفيزيائية	الشعبة أو المسلك

INSTRUCTIONS GENERALES

- ✓ **L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée ;**
- ✓ **Le candidat peut traiter les exercices de l'épreuve suivant l'ordre qui lui convient ;**
- ✓ **L'utilisation de la couleur rouge lors de la rédaction des solutions est à éviter.**

COMPOSANTES DU SUJET

L'épreuve est composée de trois exercices et un problème indépendants entre eux et répartis suivant les domaines comme suit :

Exercice 1	**Suites numériques**	**4 points**
Exercice 2	**Nombres complexes**	**5 points**
Exercice 3	**Limites, dérivabilité et calcul intégral**	**4 points**
Problème	**Etude d'une fonction numérique**	**7 points**

- ✓ **On désigne par $\overline{z}$ le conjugué du nombre complexe z**
- ✓ **ln désigne la fonction logarithme népérien**

التمرين الأول (4 نقط):

لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة كما يلي : $u_0=\frac{3}{2}$ و $u_{n+1}=\frac{2u_n}{2u_n+5}$ لكل n من $I\!N$

1) احسب u_1	0.25
2) بين بالترجع أن لكل n من $I\!N$ ، $u_n>0$	0.5
3) أ) بين أن $0<u_{n+1}\leq\frac{2}{5}u_n$ لكل n من $I\!N$ ، ثم استنتج أن $0<u_n\leq\frac{3}{2}\left(\frac{2}{5}\right)^n$ لكل n من $I\!N$	1
ب) احسب النهاية $\lim u_n$	0.5
4) نعتبر (v_n) المتتالية العددية المعرفة ب $v_n=\frac{4u_n}{2u_n+3}$ لكل n من $I\!N$	
أ) بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{2}{5}$	0.75
ب) حدد v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n لكل n من $I\!N$	1

التمرين الثاني (5 نقط) :

1) نعتبر في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$ المعادلة : $(E):\ z^2-2(\sqrt{2}+\sqrt{6})z+16=0$	
أ) تحقق من أن مميز المعادلة (E) هو $\Delta=-4\left(\sqrt{6}-\sqrt{2}\right)^2$	0.5
ب) استنتج حلي المعادلة (E)	1
2) نعتبر الأعداد العقدية : $a=\left(\sqrt{6}+\sqrt{2}\right)+i\left(\sqrt{6}-\sqrt{2}\right)$ و $b=1+i\sqrt{3}$ و $c=\sqrt{2}+i\sqrt{2}$	
أ) تحقق من أن $b\overline{c}=a$ و استنتج أن $ac=4b$	0.75
ب) أكتب العددين العقديين b و c على الشكل المثلثي	0.5
ج) استنتج أن $a=4\left(\cos\frac{\pi}{12}+i\sin\frac{\pi}{12}\right)$.	0.5
3) في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{u},\vec{v})$، نعتبر النقط B و C و D التي ألحاقها على التوالي هي b و c و d ، حيث $d=a^4$.	
ليكن z لحق نقطة M من المستوى و z' لحق النقطة M' صورة النقطة M بالدوران R الذي مركزه O و زاويته $\frac{\pi}{12}$.	
أ) تحقق أن $z'=\frac{1}{4}az$	0.5
ب) حدد صورة النقطة C بالدوران R	0.25
ج) حدد طبيعة المثلث OBC .	0.25
د) بين أن $a^4=128b$ و استنتج أن النقط O و B و D مستقيمية	0.75

التمرين الثالث (4 نقط) :

نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $]0;+\infty[$ بما يلي : $g(x)=2\sqrt{x}-2-\ln x$

1) أ) بين أن لكل x من المجال $]0;+\infty[$ ، $g'(x)=\dfrac{\sqrt{x}-1}{x}$ — 0.5

ب) بين أن الدالة g تزايدية على المجال $[1;+\infty[$ — 0.5

ج) استنتج أن لكل x من المجال $[1;+\infty[$ ، $0\le \ln x\le 2\sqrt{x}$ (لاحظ أن $2\sqrt{x}-2\le 2\sqrt{x}$) — 0.5

د) بين أن لكل x من المجال $[1;+\infty[$ ، $0\le\dfrac{(\ln x)^3}{x^2}\le\dfrac{8}{\sqrt{x}}$ ثم استنتج النهاية $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{(\ln x)^3}{x^2}$ — 1

2) أ) بين أن الدالة G المعرفة بما يلي : $G(x)=x\left(-1+\dfrac{4}{3}\sqrt{x}-\ln x\right)$ هي دالة أصلية للدالة g على $]0;+\infty[$ — 0.75

ب) احسب التكامل $\int_1^4 g(x)dx$ — 0.75

المسألة (7 نقط) :

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي : $f(x)=-x+\dfrac{5}{2}-\dfrac{1}{2}e^{x-2}\left(e^{x-2}-4\right)$

و (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$ (الوحدة : 2cm)

1) بين أن $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=+\infty$ و أن $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=-\infty$ — 0.5

2) أ) برهن أن المستقيم (Δ) الذي معادلته $y=-x+\dfrac{5}{2}$ مقارب للمنحنى (C) بجوار $-\infty$ — 0.5

ب) حل المعادلة $e^{x-2}-4=0$ ثم بين أن المنحنى (C) يوجد فوق (Δ) على المجال $]-\infty,2+\ln 4]$ و تحت (Δ) على المجال $[2+\ln 4,+\infty[$ — 0.75

3) بين أن : $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x}=-\infty$ ثم أول النتيجة هندسيا — 0.5

4) أ) بين أن لكل x من $\mathbb{R}$: $f'(x)=-\left(e^{x-2}-1\right)^2$ — 0.5

ب) ضع جدول تغيرات الدالة f — 0.25

5) احسب $f''(x)$ لكل x من $\mathbb{R}$ ثم بين أن $A(2,2)$ نقطة انعطاف للمنحنى (C) — 0.75

6) أثبت أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α بحيث $2+\ln 3<\alpha<2+\ln 4$ — 0.5

7) أنشئ (Δ) و (C) في نفس المعلم $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$ (نأخذ القيمتين المقربتين التاليتين : $\ln 2\simeq 0,7$ و $\ln 3\simeq 1,1$) — 1

8) أ) بين أن الدالة f تقبل دالة عكسية f^{-1} معرفة على $\mathbb{R}$ — 0.5

ب) أنشئ في نفس المعلم $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$ المنحنى الممثل للدالة f^{-1} (لاحظ أن المستقيم (Δ) عمودي على المنصف الأول للمعلم) — 0.75

ج) أحسب $\left(f^{-1}\right)'(2-\ln 3)$ (لاحظ أن $f^{-1}(2-\ln 3)=2+\ln 3$) — 0.5