التمارين التطبيقية

التمرين 1 .....

حدد عددين حقيقيين α و β بحيث تكون النقطة G هي مرجح لنقطتين المتزنتين (A,α) و (B,β)

1/ $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}=\overrightarrow{AB}$ 2/ $2\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{AB}=\vec{0}$

3/ G مماثلة A بالنسبة لـ B

التمرين 2 .....

لتكن A و B و C نقطا من المستوى بحيث :

$2\overrightarrow{CA}+3\overrightarrow{BC}=\vec{0}$

بين أن النقطة B هي مرجح النقطتين A و C مع تحديد وزنيهما .

التمرين 3 .....

لتكن A و B نقطتين و G النقطة بحيث :

$\overrightarrow{GA}+2\overrightarrow{GB}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$

بين أن G مرجح للنقطتين $(A,1)$ و (B,β) حيث β عدد حقيقي يتم تحديده

التمرين 4 .....

حدد موقع النقطة G مرجح النقطتين المتزنتين (A,α) و (B,β) في الحالات التالية :

- (A,2) و (B,1) ◆ (A,-1) و (B, 2)
- (A,-3) و (B,-2)

التمرين 5 _____

أنشئ النقطة G مرجح النقطتين المتزنتين (A,-2) و (B,3)

و 'G مرجح النقطتين (A,2) و (B,1)

ثم أكتب $\overrightarrow{GG'}$ بدلالة $\overrightarrow{AB}$.

التمرين 6 .....

ABC مثلث و 'B مرجح النقطتين المتزنتين : (A,-2)

و (C,1) و 'A مرجح (A,2) و (B,3) و 'C مرجح (C,-1) و (B,3) .

1/ أنشئ الشكل .

2/ بين أن لكل نقطة M من المستوى

$-\overrightarrow{MA'}-\overrightarrow{MB'}+2\overrightarrow{MC'}=\vec{0}$

3/ استنتج أن النقط 'A و'B و'C مستقيمية.

التمرين 7 .....

1 / أنشئ I مرجح (A,2) و (C,1) و J مرجح (A,1) و(B,2) و K مرجح (B,-4) و (C,1) .

2/ بين أن B مرجح (K,3) و(C,1) .

3/ بين أن J منتصف القطعة [KI].

التمرين 8 .....

لتكن A وB نقطتين مختلفتين من المستوى (P)

1/ حدد مجموعة النقط M بحيث : $\left\|3\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}\right\|=15$

2 / حدد مجموعة النقط M بحيث :

$\left\|3\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}\right\|=\left\|3\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MB}\right\|$

التمرين 9 .....

ليكن ABC مثلثا من المستوى بحيث :

$AB=6$ و $BC=5$ و $AC=4$ و G مركز ثقل المثلث ABC .

① حدد و أنشئ مجموعة النقط M من المستوى التي تحقق

$\left\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|=4$

② i / بين أنه لكل M من المستوى (P) :

$2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}=2\overrightarrow{IA}$ حيث I منتصف القطعة $[BC]$.

ii / حدد (Δ) مجموعة النقط M التي تحقق :

$\left\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|=\left\|2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\right\|$

التمرين 10 .....

ليكن ABC مثلثا و النقط 'A و 'B و 'C هي على التوالي منتصفات القطع [BC] و [AC] و [AB] .وليكن G مركز ثقل ABC .

1 / بين أن : $\overrightarrow{AG}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AA'}$ و $\overrightarrow{BG}=\frac{2}{3}\overrightarrow{BB'}$ و $\overrightarrow{CG}=\frac{2}{3}\overrightarrow{CC'}$

2 / بين أن متوسطات المثلث ABC تتقاطع في نقطة وحيدة يجب تحديدها .

التمرين 11 .....

ليكن ABC مثلثا و G مرجح النقط المتزنة $(A;3)$ و $(B;7)$ و $(C;-4)$ ولتكن K النقطة بحيث :

$\overrightarrow{BK}=\frac{-4}{3}\overrightarrow{BC}$ بين أن G منتصف $[AK]$.

التمرين 12 .....

ليكن ABC مثلث ؛ ولتكن I مرجح النقطتين المتزنتين $(B;4)$ و $(C;-3)$ حدد إحداثيتي كل من النقطتين I و G مركز ثقل المثلث ABC .في المعلم $\left(A;\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right)$.

التمرين 13 .....

في معلم $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$ نعتبر النقطتين $B(2;5)$ و $C(5;2)$ ولتكن H مرجح النقطتين $(B;2)$ و $(C;1)$

أ / احسب إحداثيتي النقطة H .

ب / لتكن G النقطة بحيث تكون H هي مرجح النقطتين المتزنتين $(C;-1)$ و $(G;2)$ و $(O;1)$ احسب إحداثيتي النقطة G

تمارين داعمة

التمرين 14 .....

ليكن ABCD متوازي أضلاع مركزه O و E منتصف القطعة [OC] .

1/ بين أن $\overrightarrow{EA}=3\overrightarrow{EO}$ و $\overrightarrow{EB}+\overrightarrow{ED}=2\overrightarrow{EO}$

واستنتج أن E مرجح النظمة المتزنة .

$\{(A;1);(B;1);(C;5);(D;1)\}$

2 / لتكن M نقطة من المستوى . بين أن :

$\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+5\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}=8\overrightarrow{ME}$

3 / أ – بين أنه توجد نقطة وحيدة F بحيث :
$\overrightarrow{FA}+\overrightarrow{FB}+5\overrightarrow{FC}+\overrightarrow{FD}=4\overrightarrow{DB}$
ب – أنشئ F واستنتج أن المستقيمين (AC) و (DF) متوازيان
4 / لتكن G مماثلة النقطة F بالنسبة للنقطة E . بين أن منتصف القطعة [AG] ينتمي إلى المستقيم (OF)

التمرين 15 .....

ليكن ABCD متوازي أضلاع مركزه I والنقطتان M و N بحيث $\overrightarrow{AM}=\frac{3}{4}\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AN}=\frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$
وليكن G مرجح النقط $(A;1)$ و (B;3) و (C;3)
1 / أ – حدد x وزن النقطة D لكي يكون I مرجح النظمة المتزنة $\{(D;x);(C;3);(B;3);(A;1)\}$
ب – حدد العددين α و β بحيث تكون النقطة M مرجح النقطتين $(A;\alpha)$ و $(B;\beta)$
ج – استنتج أن G و E و C نقط مستقيمية .
2 / بين باستعمال المرجح أن B و F و G نقط مستقيمية وأن $G\in(AI)$
3 / ماذا يمكنك أن تقول عن المستقيمات :
(AI) و (BF) و (EC)

التمرين 16 .....

لتكن A و B و C ثلاث نقط غير مستقيمية والنقط I و J و K المعرفة بميلي : $\overrightarrow{CJ}=\frac{3}{5}\overrightarrow{CA}$ و $\overrightarrow{BI}=\frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$
و $\overrightarrow{AK}=\frac{4}{7}\overrightarrow{AB}$
1 / عبر عن I و J و K كمرجح للنقط A ; B أو C .
2 / بين أن المستقيمات (AI) و (BJ) و (CK) تتلاقى في نقطة واحدة .

التمرين 17 .....

ليكن ABC مثلثا في المستوى .
1 / أنشئ النقط I و J و K المعرفة بما يلي :
I مرجح النظمة المتزنة $\{(B;1);(C;2)\}$
J مرجح النظمة المتزنة $\{(A;2);(C;1)\}$
K مرجح النظمة المتزنة $\{(A;4);(B;-1)\}$
2/ أ – بين أن : $\overrightarrow{KJ}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$
ب – بين أن : $\overrightarrow{KI}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$
ج – ماذا تستنتج بالنسبة للنقط I و J و K
3/ نربط كل عدد حقيقي m بالنقطة G_m التي تمثل مرجح النقط المتزنة : (C;2-m) و (B;1-m) و (A;2m) .
أ- تحقق من أن G_m موجودة لكل m من $\mathbb{R}$.
ب- عرف متجهيا النقط G_0 و G_1 و G_2 .

4 / أ – برهن أن : $\overrightarrow{AG_m}=\frac{1-m}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{2-m}{3}\overrightarrow{AC}$
ب- استنتج أن : $\overrightarrow{JG_m}=\frac{1-m}{3}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right)$.
5 / أنشئ النقط G_4 و G_7 و G_{-2}
6 / حدد مجموعة النقط G_m عندما يتغير m في $\mathbb{R}$.

التمرين 18 .....

ABCD متوازي أضلاع و E مرجح النظمة المتزنة $\{(C;3);(B;-2);(A;1)\}$
1/ أ- اثبت أن : $\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{CD}+\frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$.
ب- استنتج أن : $\overrightarrow{DE}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$. وأنشئ E
2 / لتكن F منتصف [BE]
أ – بين أن E مرجح $\{(B;2)(F;-4)\}$.
ب – استنتج أن F هي مرجح $\{(C;3);(A;1)\}$

التمرين 19 .....

ليكن ABC مثلثا . وليكن B' مرجح النقطتين المتزنتين : (A;1) و (B;3) و C' مرجح النقطتين المتزنتين : (A;1) و (C;3) .
1/ بين أن $\overrightarrow{AB'}=\frac{3}{4}\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC'}=\frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$
2/ ليكن K مرجح النظمة المتزنة $\{(A;1);(B;3);(C;3)\}$ و I منتصف القطعة [BC]
أ – بين أن $\overrightarrow{IK}=\frac{1}{7}\overrightarrow{IA}$.
ب – أثبت أن المستقيمات (AI) و (BC') و (CB') تتلاقى في النقطة K
3 / لتكن A' نقطة من المستوى P بحيث : $\overrightarrow{C'A'}=\overrightarrow{AB'}$
أ – بين أن : $\overrightarrow{AA'}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AI}$
ب – استنتج أن النقط A و K و I و A' مستقيمية

التمرين 20 .....

لتكن A و B و C و D أربع نقط من المستوى .
1 / لتكن M نقطة من المستوى بسط التعبيرين :
$\overrightarrow{MA}-3\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}-\overrightarrow{MD}$
و $2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-3\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}$
2/ استنتج مجموعة النقط M من المستوى بحيث :
$\left\|\overrightarrow{MA}-3\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}-\overrightarrow{MD}\right\|=\left\|2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-3\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}\right\|$