| ثانوية موسى بن نصير | تجريبي رقم 01 | 2 بكالوريا علوم رياضية |
|---|---|---|
| مديرية الخميسات | دورة ماي 2017/2016 | ذ : عبدالله بن الختير |

مدة الإنجاز : أربع ساعات

## التمرين الأول: ( 03 ن )

1)- حدد باقي القسمة الإقليدية للعدد $a=2017^{2017}$ على $7$ . 0,5

2)- حدد تبعا لقيم العدد الصحيح الطبيعي $n$ باقي القسمة الإقليدية للعدد $4^n$ على $11$ . 0,75

3)- استنتج أن : $a+6\equiv 0[77]$ . 0,5

4)- لكل $n$ من $\mathbb{N}$ ، نضع : $b_n=\sum_{k=0}^{n}2017^k$ .

و نعتبر في المجموعة $\mathbb{Z}$ ، المعادلة : $(E): ax+b_n\equiv 0[11]$ .

أ- بين أنه إذا كان $x$ حلا للمعادلة $(E)$ ، فإن : $x\equiv 2b_n[11]$ . 0,5

ب- حدد مجموعة حلول المعادلة $(E)$ ، ثم استنتج حلولها القابلة للقسمة على $11$ . 0,75

## التمرين الثاني: ( 3,5 ن )

⇦ نعتبر في المجموعة $\mathbb{C}$ ، المعادلة :

$(E): 2z^2-2e^{i\theta}z+i\sin(\theta)e^{i\theta}=0$ ، حيث $\theta\in]0,\pi[$ .

1)- بين أن المعادلة $(E)$ تقبل حلين مختلفين في $\mathbb{C}$ ينبغي تحديدهما . 0,5

2)- نضع فيما يلي : $z_1=\dfrac{e^{i\theta}+1}{2}$ و $z_2=\dfrac{e^{i\theta}-1}{2}$ .

أ- اكتب العدد العقدي $z_1.z_2$ على الشكل المثلثي . 0,25

ب- بين أن : $z_1=\left[\cos\left(\dfrac{\theta}{2}\right),\dfrac{\theta}{2}\right]$ ، ثم استنتج الشكل المثلثي ل $z_2$ . 0,5

3)- المستوى العقدي $(\mathrm{P})$ منسوب إلى معلم متعامد ممنظم و مباشر $(O,\vec{u},\vec{v})$ .

نعتبر النقط $M$ و $I$ و $J$ و $M_1$ و $M_2$ التي ألحاقها على التوالي هي : $e^{i\theta}$ و $1$ و $-1$ و $z_1$ و $z_2$ .

أ- بين أن المثلث $MIJ$ قائم الزاوية في النقطة $M$ . 0,25

ب- بين أن المستقيم $(IJ)$ يوازي المستقيم $(M_1M_2)$ . 0,25

4)- ليكن $h$ التحاكي الذي مركزه $M$ و نسبته $2$ و $r$ الدوران الذي مركزه $M$ و زاويته $\dfrac{-\pi}{2}$ .

أ- بين أن : $h(M_1)=I$ و $h(M_2)=J$ . 0,5

ب- بين أن النقط $M$ و $J$ و $r(I)$ مستقيمية ، ثم استنتج أن : $\dfrac{1+e^{i\theta}}{i(1-e^{i\theta})}\in\mathbb{R}$ . 0,5

5)- حدد قيم $\theta$ التي لأجلها يكون محيط المثلث $MIJ$ قصويا . 0,75

## التمرين الثالث: ( 3,5 ن )

⇦ ليكن $(p,q)\in\mathbb{R}^2$ و في $IM_2(\mathbb{R})$ نعتبر المجموعة الجزئية :

$$E=\left\{M(x,y)=\begin{pmatrix} x & y \\ -qy & x+2py \end{pmatrix} / (x,y)\in\mathbb{R}^2\right\}.$$

1)- بين أن $(E,+)$ زمرة جزئية للزمرة $(IM_2(\mathbb{R}),+)$ . — 0,5

2)- أ- بين أن $E$ جزء مستقر من $(IM_2(\mathbb{R}),\times)$ . — 0,5

ب- بين أن $(E,+,\times)$ حلقة تبادلية و واحدية و تحقق أن : $J^2=-q.I+2p.J$ ، حيث : — 0,75

$I=M(1,0)$ و $J=M(0,1)$ .

3)- أ- نفترض أن : $q=0$ . بين أن المصفوفة $J$ لا تقبل مقلوبا في $E$ . — 0,25

ب- نفترض أن : $q\neq 0$ . بين أن المصفوفة $J$ تقبل مقلوبا في $E$ يتم تحديده . — 0,5

4)- أ- نفترض أن : $p^2-q\geq 0$ . بين أن الحلقة $(E,+,\times)$ غير كاملة . — 0,5

ب- بين أنه إذا كان : $p^2-q<0$ ، فإن $(E,+,\times)$ جسم تبادلي . — 0,5

## التمرين الرابع: ( 5 ن )

⇦ لتكن $F$ الدالة المعرفة بما يلي : $F(x)=\int_x^{x^2}\frac{e^{-t^2}}{t}dt$ .

1)- بين أن : $D_F=]0,+\infty[$ . — 0,25

2)- أ- بين أن : $(\forall x\in]0,1]);F(x)\leq e^{-x^2}.\ln x$ . — 0,5

ب- استنتج النهاية : $\lim\limits_{x\to 0^+}F(x)$ ، ثم أعط تأويلها الهندسي المناسب . — 0,5

3)- أ- بين أن : $(\forall x\in[1,+\infty[);e^{-x^4}.\ln x\leq F(x)\leq e^{-x^2}.\ln x$ . — 0,75

ب- استنتج النهاية : $\lim\limits_{x\to+\infty}F(x)$ ، ثم أعط تأويلها الهندسي المناسب . — 0,75

4)- أ- بين أن $F$ قابلة للاشتقاق على $]0,+\infty[$ و أن : $(\forall x\in]0,+\infty[);F'(x)=\frac{2e^{-x^4}-e^{-x^2}}{x}$ . — 0,5

ب- بين أن المعادلة : $(E):2e^{-x^4}-e^{-x^2}=0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ في $]0,+\infty[$ و أن $1<\alpha<\frac{3}{2}$ . — 0,75

ج- استنتج رتابة $F$ على كل من المجالين $]0,\alpha]$ و $[\alpha,+\infty[$ ، ثم ضع جدول تغيراتها . — 0,5

5)- ارسم المنحنى $(C_F)$ في معلم متعامد و ممنظم ( نعطي : $\alpha\simeq 1,2$ و $F(\alpha)\simeq 0,03$ ) . — 0,5

## التمرين الخامس: ( 5 ن )

### الجزء الأول:

⇦ لتكن $f$ الدالة المعرفة على $]-2,+\infty[$ بما يلي : $f(x)=e^{-\frac{x}{2}}.\sqrt{x+2}$ .

**1)-** بين أن : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$ ، ثم أعط تأويلها الهندسي . 0,5

**2)-** ادرس قابلية اشتقاق الدالة $f$ على اليمين في $x_0=-2$ و أول هندسيا النتيجة المحصل عليها . 0,5

**3)-** بين أن : $(\forall x\in]-2,+\infty[);\ f'(x)=-(x+1).\dfrac{e^{-\frac{x}{2}}}{2\sqrt{x+2}}$ ، ثم ضع جدول تغيرات $f$ . 0,5

**4)- أ-** ارسم المنحنى $(C_f)$ في معلم متعامد و ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$ . 0,5

**ب-** احسب حجم مجسم دوران منحنى قصور $f$ على المجال $[0,1]$ حول المحور $(Ox)$ دورة كاملة . 0,5

### الجزء الثاني:

⇦ نعتبر الدالة $F$ المعرفة على $\left[\dfrac{1}{e^2},+\infty\right[$ بما يلي : $F(x)=\int_0^{\ln x} f(t)\,dt$ .

و لتكن $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المتتالية المعرفة بما يلي : $(\forall n\in\mathbb{N});u_n=\dfrac{2^n.(n!)}{(2n+1)!}.\int_{-2}^{-1}(t+2)^{n+\frac{1}{2}}e^{-\frac{t}{2}}dt$ .

**1)-** بين أن : $(\forall n\in\mathbb{N});0\le u_n\le\dfrac{e}{2n+1}$ . 0,5

**2)-** استنتج أن المتتالية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متقاربة محددا نهايتها . 0,25

**3)-** لكل $n$ من $\mathbb{N}^*$ ، نضع : $S_n=\sum\limits_{k=1}^{n}\dfrac{2^k.(k!)}{(2k+1)!}$ .

**أ-** بين أن : $(\forall n\in\mathbb{N});u_{n+1}=-2\sqrt{e}.\dfrac{2^{n+1}.(n+1)!}{(2n+3)!}+u_n$ . 0,75

**ب-** بين أن : $(\forall n\in\mathbb{N}^*);S_n=\dfrac{u_0-u_n}{2\sqrt{e}}$ . 0,5

**ج-** استنتج أن : $\lim\limits_{n\to+\infty}S_n=\dfrac{F\left(\frac{1}{e}\right)-F\left(\frac{1}{e^2}\right)}{2\sqrt{e}}$ . 0,5

**انتهى الموضوع .**