التمرين 1 :

1. أحسب النهايتين التاليتين :
$\lim\limits_{t\to-\infty} tE(t)$ و $\lim\limits_{t\to+\infty} tE(t)$.
2. استنتج النهايتين التاليتين :
$\lim\limits_{\substack{x\to0\\x>0}} \dfrac{E\left(\frac{1}{x}\right)+x}{E\left(\frac{1}{x}\right)-x}$ و $\lim\limits_{\substack{x\to0\\x<0}} \dfrac{E\left(\frac{1}{x}\right)+x}{E\left(\frac{1}{x}\right)-x}$.

التمرين 2 :

لتكن f الدالة العددية المعرفة بما يلي : $f(x)=E\left(\sqrt{\dfrac{x}{2}}\right)$.

1. أدرس اتصال الدالة f في النقطة $x_0=3$.
2. أدرس اتصال الدالة f في النقطة $x_1=2$.

التمرين 3 :

لتكن f الدالة العددية المعرفة بما يلي :
$f(x)=E(x)+\left(x-E(x)\right)^2$.

1. ليكن $n\in\mathbb{Z}$ ، حدد تعبيرا ل $f(x)$ من أجل $x\in[n-1,n[$ ، و من أجل $x\in[n,n+1[$.
2. بين أن f متصلة في النقطة $x_0=n$ حيث $n\in\mathbb{Z}$.
3. أدرس اتصال f على $\mathbb{R}$.

التمرين 4 :

1. أحسب النهايتين التاليتين :
$\lim\limits_{x\to-\infty} x^2\left(1-\cos\left(\dfrac{1}{x}\right)\right)$
و
$\lim\limits_{x\to-\infty} x\left(1-\cos\left(\dfrac{1}{x}\right)\right)$
2. أحسب النهاية التالية حيث $a\in\mathbb{R}$ و $b\in]0,+\infty[$:
$\lim\limits_{x\to0} \dfrac{\sqrt{x^2+a^2}-a}{\sqrt{x^2+b^2}-b}$

التمرين 5 :

لتكن f الدالة العددية المعرفة بما يلي :
$\forall x\in[1,+\infty[\ :\ f(x)=x^2\sin\left(\dfrac{E(x)}{x^2}\right)$

1. بين أن : $\lim\limits_{x\to+\infty} E(x)=+\infty$.
2. بين أن : $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{E(x)}{x^2}=0$.

التمرين 6 :

لتكن g الدالة العددية المعرفة بما يلي :

$$\begin{cases} g(x)=\sin(x)E\left(\dfrac{1}{x}\right) & : \ x\neq0 \\ g(0)=1 \end{cases}$$

$\forall x\in\mathbb{R}^*\ :\ \left|g(x)-\dfrac{\sin(x)}{x}\right|\le|\sin(x)|$

1. بين أن :
2. استنتج أن g متصلة في 0 .

التمرين 7 :

لتكن f الدالة العددية المعرفة بما يلي :
$f(x)=\sqrt{x^2-2x\cos(x)+1}$

1. بين أن: $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\cos(x)}{x}=0$.
2. استنتج أن : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$.
3. استنتج $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{f(x)}{x}$.

التمرين 8 :

لتكن f الدالة العددية المعرفة بما يلي :
$f(x)=\dfrac{x-\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}$
بين ، باستعمال التعريف ، أن : $\lim\limits_{x\to1} f(x)=1$.

التمرين 9 :

لتكن f الدالة العددية المعرفة بما يلي :
$f(x)=xE\left(\dfrac{4}{x^2+2}\right)$

1. باستعمال كون الدالة E تزايدية على $\mathbb{R}$ ، بين أن :
$\forall x\in]-1,1[\ :\ |f(x)-f(0)|\le2|x|$
2. استنتج أن f متصلة في 0 .
3. بين أن : $\forall x\in]-1,1[\ :\ f(x)=x$.

التمرين 10 :

لتكن f الدالة العددية المعرفة بما يلي :
$f(x)=\dfrac{\sqrt{1+x}-1}{x}$

1. بين أن : $\forall x\in\mathbb{R}^*\ :\ \left|f(x)-\dfrac{1}{2}\right|\le|x|$.
2. استنتج أن : $\lim\limits_{x\to0} f(x)=\dfrac{1}{2}$.

التمرين 11 :

أحسب النهايات التالية :
$\lim\limits_{x\to1} \dfrac{x^{p+1}-(p+1)x+p}{(x-1)^2}$

3. استنتج : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

$$\lim_{x\to1}\frac{x^5-5x+4}{(x-1)^2} \quad \text{و} \quad \lim_{x\to2}\frac{x^3-2x-4}{x-2}$$

$$\lim_{x\to\frac{\pi}{2}}\frac{(1-\sin(x))(1-\sin^2(x))...(1-\sin^n(x))}{\cos^{2n}(x)}$$

التمرين 12 :

لتكن f الدالة العددية المعرفة بما يلي :

$$\begin{cases} f(x)=2x^2-1 & ; \quad x\le1 \\ f(x)=\dfrac{a}{x-1}\sin(x^2-1) & ; \quad x>1 \end{cases}$$

أدرس وجود العدد الحقيقي a الذي من أجله تكون الدالة f متصلة على $\mathbb{R}$.

التمرين 13 :

ليكن $(a,b)\in\mathbb{R}^2$ ولتكن f الدالة العددية المعرفة بما يلي :

$$f(x)=\frac{ax^3+bx^2+x-2}{x-2}$$

1. أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.
2. أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.
3. متى تقبل f تمديدا بالاتصال في 2 ؟

التمرين 14 : أحسب النهايات التالية :

$$\lim_{x\to0^+}\frac{E(x)}{x} \quad ; \quad \lim_{x\to0^-}\frac{E(x)}{x}$$

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{1}{x}E\left(\frac{1}{x}\right) \quad ; \quad \lim_{x\to-\infty}\frac{1}{x}E\left(\frac{1}{x}\right)$$

التمرين 15 :

حدد الأعداد الحقيقية a و b و c التي من أجلها تكون الدالة f متصلة في 1 حيث :

$$\begin{cases} f(x)=\dfrac{3x^2-2bx+1}{2x^2+ax-a-2} & ; \quad x>1 \\ f(x)=\dfrac{-2x^2+3x+3}{x^2+1} & ; \quad x<1 \\ f(1)=\dfrac{2+c}{3} \end{cases}$$

التمرين 16 :

أعط تمديدا بالاتصال للدالة f في x_0 حيث :

$$f(x)=\frac{x^n-1}{x-1} \quad \text{و} \quad n\in\mathbb{N}^* \quad \text{و} \quad x_0=1 .$$

التمرين 17 : لتكن f الدالة العددية المعرفة بما يلي :

$$\begin{cases} f(x)=\sqrt{x^2-5x+6} & ; \quad x\ge3 \\ f(x)=x^2-9 & ; \quad -3\le x<3 \\ f(x)=\dfrac{x+1}{x-2} & ; \quad x<-3 \end{cases}$$

أدرس اتصال الدالة f على كل مجال من المجالات التالية ، معللا جوابك

$[-3,3[$ و $[-3,3]$ و $\mathbb{R}$.

التمرين 18 : لتكن f الدالة العددية المعرفة بما يلي :

$$f(x)=\frac{\dfrac{1}{\cos^2(x)}-2\tan(x)}{\cos(2x)}$$

هل f تقبل تمديدا بالاتصال في $\dfrac{\pi}{4}$.

التمرين 19 :

لتكن f دالة عددية تحقق العلاقة التالية :

$$(\exists k>0)\quad (\forall(x,y)\in\mathbb{R}^2)\quad |f(x)-f(y)|\le k|x-y|$$

بين أن الدالة f متصلة على $\mathbb{R}$.

التمرين 20 :

لتكن f دالة عددية متصلة على المجال $[a,b]$ حيث :

$$\forall x\in[a,b] \ : \ f(x)>0$$

أثبت أن : $\exists m>0 \ / \ f(x)\ge m$

التمرين 21 :

لتكن f دالة عددية متصلة وموجبة على $\mathbb{R}^+$ حيث $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x}<1$

بين أن المعادلة $f(x)=x$ تقبل على الأقل حلا في $\mathbb{R}^+$.

التمرين 22 :

لتكن f دالة معرفة من $\mathbb{R}^+$ نحو $\mathbb{R}^+$ بحيث :

- ✓ f متصلة على $\mathbb{R}^+$.
- ✓ $\forall x\in\mathbb{R}^{+*} \ : \ f(x)<x$.

1. بين أن : $f(0)=0$.
2. بين أن لكل عنصرين a و b من المجال $[0,+\infty[$ ، لدينا :

$$\exists M\in[0,1[\ ; \ \forall x\in[a,b] \ : \ f(x)\le Mx$$

التمرين 23 :

f دالة متصلة على $[0,1]$ بحيث $f(1)=f(0)=0$ و

$\forall x\in\mathbb{R}^+ \ : \ f(x)\ge0$.

بين أن $\forall n\in\mathbb{N}^* ; \ \exists c\in[0,1] \ : \ f(c)=f\left(c+\dfrac{1}{n}\right)$