

تمرين 01

حدد الأفضول المنحني الرئيسي للنقطة M في الحالات التالية علما أن أحد أفاصيلها المنحنية هو:

$$\frac{53\pi}{6} \bullet \quad \frac{-49\pi}{3} \bullet \quad \frac{153\pi}{6} \bullet$$

تذكير:

$$\begin{aligned} \cos \alpha = \cos \beta &\Leftrightarrow \alpha = \beta[2\pi] \text{ أو } \alpha = -\beta[2\pi] \\ \sin \alpha = \sin \beta &\Leftrightarrow \alpha = \beta[2\pi] \text{ أو } \alpha = \pi - \beta[2\pi] \\ \tan \alpha = \tan \beta &\Leftrightarrow \alpha = \beta[\pi] \end{aligned}$$

تمرين 02

(1) - حل في \mathbb{R} المعادلات التالية:

$$\bullet \tan x = -1 \quad \bullet \sin x = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \bullet \cos x = \frac{-1}{2}$$

(2) - حل في المجال I المتراجحات التالية:

$$\text{أ- } (I = [-\pi, \pi]), \cos x < \frac{1}{2}$$

$$\text{ب- } (I = [0, 2\pi]), \sin x \geq -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{ج- } (I =]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[), \tan x \geq \sqrt{3}$$

تمرين 03

$$\text{أحسب النسب المثلثية للعدد } \frac{7\pi}{12} \text{ حيث } \frac{7\pi}{12} = \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{4}$$

تمرين 04

نعتبر المعادلة $(E): \cos^2 x - \sin^2 x = \sin 3x$

$$(1) \text{- بين أن } (E) \text{ تكافئ } \sin\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right) = \sin 3x$$

(2) - حل في المجال $[0, \pi]$ المعادلة (E) .

تمرين 05

$$(1) \text{- أ- بين } \forall x \in I = \left] -\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4} \right[, 1 - \tan^2 x = \frac{\cos 2x}{\cos^2 x}$$

$$\text{ب- استنتج أن: } \forall x \in I, \frac{2 \tan^2 x}{1 - \tan^2 x} = \frac{1 - \cos 2x}{\cos 2x}$$

$$(2) \text{- بين أن: } \forall x \in I, \tan x \cdot \tan 2x = \frac{1 - \cos 2x}{\cos 2x}$$

$$(3) \text{- نعتبر في } I: \tan x \tan 2x = \sqrt{2} - 1 \text{ : } (E)$$

$$\text{أ- بين أن: } (E) \Leftrightarrow \cos 2x = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{ب- حل المعادلة } (E) \text{ ثم استنتج } \tan \frac{\pi}{8}$$

تمرين 06

(1) بين أن :

$$\forall x \in \mathbb{R}, \cos x + \sin x = \sqrt{2} \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$$

ثم حل في \mathbb{R} المعادلة: $\cos x + \sin x = 0$.

$$(2) \text{- حل في } \mathbb{R} \text{ المعادلة: } (E_1): t^3 - 3t + 2 = 0$$

(3) - نعتبر في \mathbb{R} المعادلة:

$$(E): \frac{1}{\sin x + \cos x} = 1 - \sin x \cos x$$

نضع: $t = \sin x + \cos x$

أ- أحسب $\sin x \cos x$ بدلالة t .

ب- بين أن: $(E) \Leftrightarrow (E_1)$

ج- استنتج حلول المعادلة (E_1) في \mathbb{R} .

د- حدد الحلول التي تنتمي إلى المجال $]-\pi, \pi]$.

تمرين 07

(1) - بين أن :

$$\forall x \in \mathbb{R}, \cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) \cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{3}{4} - \sin^2 x$$

(2) - استنتج أن:

$$\forall x \in \mathbb{R}, \cos^2 x - \cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) \cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{4}$$

$$(3) \text{- باستعمال (2) أحسب } \cos \frac{\pi}{12} \text{ ثم استنتج } \sin \frac{\pi}{12}$$

تمرين 08

(1) - بين أن:

$$\forall x \in \mathbb{R}, 2x^2 - 3\sqrt{3}x + 3 = 2(x - \sqrt{3})\left(x - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

ثم حل في \mathbb{R} المتراجحة: $2x^2 - 3\sqrt{3}x + 3 \geq 0$.

(2) - حل في المجال $[0, 2\pi[$:

$$\text{أ- } 2 \cos^2 x - 3\sqrt{3} \cos x + 3 = 0$$

$$\text{ب- } 2 \sin^2 x - 3\sqrt{3} \sin x + 3 \geq 0$$

تمرين 09

(1) - حل في المجال $[0, 2\pi]$ المعادلة:

$$2 \cos 2x - 2(\sqrt{3} - \sqrt{2}) \cos x + 2 - \sqrt{6} = 0$$

(2) - استنتج حلول المتراجحة:

$$2 \cos 2x - 2(\sqrt{3} - \sqrt{2}) \cos x + 2 - \sqrt{6} > 0$$

في المجال $[0, 2\pi]$.