

Durée : 02h

■ التمرين رقم 01: (02pts)

ليكن  $a$  و  $b$  من  $\mathbb{R}^{*+}$  بحيث  $a < b$  .

← بين أن :  $0 < \frac{ae^{-bx} - be^{-ax}}{a-b} \leq 1$  ;  $(\forall x \in \mathbb{R}^{*+})$  .

■ التمرين رقم 02:

← يتكون هذا التمرين من ثلاثة أجزاء مرتبطة فيما بينها .

← الجزء الأول: (09pts)

نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بما يلي :  $f(x) = 2(1 - e^{-x}) - x$  .

و ليكن  $(C_f)$  المنحنى الممثل للدالة  $f$  في معلم متعامد و ممنظم  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  .

(1) - أحسب النهايتين :  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  . (1pt)

(2) - بين أن  $(C_f)$  يقبل بجوار  $-\infty$  فرعاً شلجيميا في إتجاه  $(Oy)$  . (0,5pt)

(3) - بين أن  $(C_f)$  يقبل بجوار  $+\infty$  مقاربا مائلا  $(\Delta)$  معادلته :  $y = -x + 2$  . (0,5pt)

(4) - أدرس الوضع النسبي للمنحنى  $(C_f)$  بالنسبة لمقاربه المائل  $(\Delta)$  . (0,5pt)

(5) - بين أن :  $f'(x) = 2e^{-x} - 1$  ;  $(\forall x \in \mathbb{R})$  ، ثم أدرس إشارتها على  $\mathbb{R}$  . (1,5pts)

(6) - ضع جدول تغيرات الدالة  $f$  . (1pt)

(7) - بين أن المعادلة :  $f(x) = 0$  تقبل حلين بالضبط في  $\mathbb{R}$  أحدهما 0 و الحل الآخر  $\alpha$  يحقق :

(1,5pts)  $\ln 4 < \alpha < \ln 6$  (نعطي) :  $\ln 2 \approx 0,7$  و  $\ln 3 \approx 1,1$  .

(8) - استنتج إشارة  $f(x)$  تبعا لقيم العدد الحقيقي  $x$  . (1pt)

(9) - أرسم المنحنى  $(C_f)$  في المعلم  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  . (1,5pts)

← الجزء الثاني: (4,5pts)

نعتبر المتتالية  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  المعرفة بما يلي :

$$. (\forall n \in \mathbb{N}); u_{n+1} = 2(1 - e^{-u_n}) \text{ و } u_0 = 1$$

(1)- بين أن :  $(\forall n \in \mathbb{N}); 1 \leq u_n < \alpha$  : (1pt)

(2)- بين أن :  $(\forall n \in \mathbb{N}); u_{n+1} - u_n = f(u_n)$  : (1pt)

(3)- استنتج رتبة المتتالية  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  ، ثم بين أنها متقاربة . (1,5pts)

(4)- أحسب نهاية المتتالية  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  : (1pt)

← الجزء الثالث: (6,5pts)

تكن F الدالة المعرفة على  $\mathbb{R}^*$  بما يلي :  $F(x) = \frac{1 - e^x}{x^2}$  .

و ليكن  $(C_F)$  المنحنى الممثل للدالة F في معلم متعامد و ممنظم  $(O, \vec{u}, \vec{v})$  .

(1)- أحسب النهايتين  $\lim_{x \rightarrow 0^+} F(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow 0^-} F(x)$  ، ماذا تستنتج؟ (1,5pts)

(2)- أدرس الفرعين اللانهائيين للمنحنى  $(C_F)$  بجوار  $+\infty$  و  $-\infty$  . (1,5pts)

(3)- تحقق أن :  $F(\alpha) = \frac{1}{\alpha(\alpha - 2)}$  : (0,5pt)

(4)- بين أن :  $(\forall x \in \mathbb{R}^*); F'(x) = \frac{e^x f(x)}{x^3}$  ، ثم ضع جدول تغيرات الدالة F . (1,5pts)

(5)- أرسم المنحنى  $(C_F)$  في المعلم  $(O, \vec{u}, \vec{v})$  (نعطي :  $\alpha \approx 1,5$ ) . (1,5pts)

إنتهى الموضوع .

← يؤخذ بعين الاعتبار حسن التنظيم و جودة التحرير و الدقة في الأجوبة .