مؤسسة طيبة **1باك ر** **الفـــرض4** **2س** **2010-01-18**

التمرين1: أسئلة الدرس

1) أعط صيغة مجموع حدود متتابعة لمتتالية حسابية. 0.5

2) أعط صيغة مجموع حدود متتابعة اولها u_0 لمتتالية هندسية أساسها $q \neq 1$. 0.5

3) أعط صيغتي كل من $sinx$ و $cosx$ بدلالة $tan\frac{x}{2}$. 0.5

4) اعط صيغتي $\cos(x+y)$ و $\sin(x+y)$ بدلالة جيب وجيب تمام x و y. 0.5

5) أعط صيغة الحد العام لمتتالية هندسية ولمتتالية حسابية. 0.5

6) اعط صيغتي $\cos x - \cos y$ و $\sin x - \sin y$ بدلالة جيب وجيب تمام $\frac{x-y}{2}$ و $\frac{x+y}{2}$ 0.5

التمرين2:

الجزء A 1. نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة ب $\forall n \in IN \quad u_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n$

أ. حدد طبيعة هده المتتالية. 0.5

ب. أثبت أن: $\forall n \in IN \quad \sum_{k=0}^{n} \frac{1}{2^k} \prec 2$. 1

ج. لتكن (u'_n) متتالية حيث $\forall n \in IN \left|u'_{n+1} - \sqrt{2}\right| \leq \frac{1}{2}\left|u'_n - \sqrt{2}\right|$. 0.5

بين ان $\forall n \in IN \left|u'_n - \sqrt{2}\right| \leq u_n \left|u'_0 - \sqrt{2}\right|$

2 . نعتبر المتتالية العددية $(v_n)_{n\geq 1}$ المعرفة ب $\forall n \in IN^* \quad v_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k^2}$

أ. ادرس رتابة المتتالية $(v_n)_{n\geq 1}$. 0.5

ب. بين ان $\forall k \in IN^* - \{1\} \quad \frac{1}{k^2} \leq \frac{1}{k-1} - \frac{1}{k}$ وان $\forall n \in IN^* \; v_n \prec 2$ 0.5 + 1

الجزءB: نعتبر المتتالية العددية (a_n) المعرفة ب $\begin{cases} a_0 = -2 \\ \forall n \geq 0 \quad a_{n+1} = \frac{3a_n+1}{-a_n+1} \end{cases}$

1. بين ان $\forall n \in IN \quad a_n \prec -1$. 1

2. ادرس رتابة المتتالية(a_n) ثم استنتج انها محدودة. 1

3. نعتبر المتتالية العددية (b_n) المعرفة ب $\forall n \in IN \quad b_n = \frac{1}{a_n + 1}$.

أ. بين ان (b_n) متتالية حسابية اساسها $-\frac{1}{2}$ +1

ب. حدد b_n ثم a_n بدلالة n . 0,75

4. بين ان $\forall n \in IN \; w_{n+2} = -\frac{1}{2}\sum_{k=0}^{n} a_k - \frac{n}{2} + \frac{1}{2}$ حيث $\forall n \in IN^* \; w_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k}$ 0.75

التمرين3:

لكل x من $\mathbb{R}$ نعتبر $f(x) = -\sqrt{3}\sin 3x - 2\sin 2x \sin x + 3\cos x$

1. اثبت ان

أ. $\forall x \in IR \quad -2\sin 2x \sin x + 3\cos x = \cos x\left(-4\sin^2 x + 3\right)$ 1

ب. $\forall x \in IR \quad \sin 3x = -4\sin^3 x + 3\sin x$. 1.5

ج . استنتج ان

$\forall x \in IR \quad f(x) = \left(-\cos x + \sqrt{3}\sin x\right)\left(2\sin x + \sqrt{3}\right)\left(2\sin x - \sqrt{3}\right)$ 1

2. ا. حل المتراجحة $-\cos x + \sqrt{3}\sin x \leq 0$ في $[0,2\pi]$ ثم مثل الحلول مبيانيا. 2

ب.ضع جدول اشارة f على المجال $[0,2\pi]$. 1

3. نعتبر الحدودية $P(X) = -8X^3 + 6X - \sqrt{2}$.

مستعملا 1. ب. اثبت ان $\sin\frac{\pi}{12}$ و $\sin\frac{17\pi}{12}$ و $\sin\frac{3\pi}{4}$ هي جدور P في $\mathbb{R}$. 1

4. حدد قيمة الجداء $\sin\frac{17\pi}{12}\sin\frac{3\pi}{4}\sin\frac{\pi}{12}$ بطريقتين مختلفتين. 1

عبدالخالق الهرامي