

**EXO1** : Avec le mot ISLAME ,dénombrer combien peut-on construire de mots à 4 lettres:

- 1) Quelconques (avec sens ou sans)
- 2) non toutes les mêmes
- 3) dont la première est une voyelle
- 4) dont une au moins est une voyelle

**EXO2** : Dans un club de 100 adhérents ,50 personnes pratiquent un sport A , 40 personnes pratiquent un sport B et 20 pratiquent les deux sports . dénombrer les personnes qui :

- 1) pratiquent uniquement le sport A
- 2) pratiquent uniquement le sport B
- 3) pratiquent au moins l'un d'eux
- 4) ne pratiquent ni A ni B.

**EXO3** : 12 personnes se présentent candidates pour le comité de 5 fonctions de l'association des parents d'élèves dans un établissement, parmi ces candidats il ya 3 professeurs de l'établissement.

Dénombrer les comités :

- 1) en général
- 2) qui contiennent au moins un professeur
- 3) qui contiennent un seul prof comme président
- 4) qui contiennent les 3 professeurs

**EXO4** :De combien de façons peut -on colorer les cases du rectangle suivant en utilisant 4 couleurs.


**EXO5** : Soit  $E_n$  un ensemble avec  $\text{card}E_n=n$  ,  $n$  de  $\mathbb{IN}$  et on pose  $P_n=\{(A,B)/A\cup B=E_n\}$

- 1) Calculer  $\text{card}P_n$  dans les cas  $n=0$  puis  $n=1$
- 2) Démontrer par récurrence que  $\text{card}P_n=3^n$

**EXO6** : Une urne contient 9 boules dont 4 sont blanches , 3 sont noires et 2 sont rouges On tire 3 boules de l'urne simultanément, dénombrer :

- 1) Tous les tirages possibles
- 2) Les tirages de boules blanches
- 3) Les tirages de même couleurs
- 4) Les tirages ne contenant qu'une blanche

**EXO7** : refaire le même exo précédent mais de façon que :

- 1) le tirage soit successif et avec remise
- 2) le tirage soit successif et sans remise

**EXO8** :1) Montrer que pour tout  $n$  et  $p$  de  $\mathbb{IN}^*$  tel que  $p < n$  on a :  $pC_n^p = nC_{n-1}^{p-1}$

2)Calculer les sommes  $S_1 = \sum_{k=1}^{k=n} (-1)^k C_n^k$  et

$$S_2 = \sum_{k=1}^{k=n} kC_n^k \text{ et } S_3 = \sum_{k=1}^{k=n} (k+1)C_n^k$$

**EXO9** : 1) Montrer que pour tout  $n$  et  $p$  de  $\mathbb{IN}^*$  tel que  $p < n$  on a :  $C_{n+1}^p = \frac{n+1}{p} C_n^{p-1}$

2)En déduire en fonction de  $n$  la somme :

$$S_n = C_n^0 + \frac{1}{2} C_n^1 + \frac{1}{3} C_n^2 + \frac{1}{4} C_n^3 + \dots + \frac{1}{n+1} C_n^n$$

3)Calculer en fonction de  $n$  la somme :

$$T_n = \sum_{k=1}^{k=n} \frac{1 - (-1)^k k}{k} C_n^{k-1}$$

**EXO10** : Soit un sac contenant  $2n$  boules dont  $n$  sont blanches et les autres sont noires , on tire du sac  $n$  boules à la fois.

- 1) Dénombrer tous les tirages possibles
- 2) Soit  $k$  de  $\{0,1,\dots,n\}$  et note par  $A_k$  l'ensemble des tirages contenant exactement  $k$  boules blanches
  - a- Calculer  $\text{card}A_k$  en fonction de  $C_n^k$  seul
  - b- En remarquant que  $E$  l'ensemble de tous les tirages est  $A_0 \cup A_1 \cup \dots \cup A_n$ , calculer en

fonction de  $n$  la somme  $S_n = \sum_{k=1}^{k=n} (C_n^k)^2$

**EXO11** : Soit  $n$  de  $\mathbb{IN}^*$  et on pose :

$$S = \sum_{k=0}^{k=n} 2^k C_{2n}^{2k} \text{ et } T = \sum_{k=0}^{k=n-1} 2^k C_{2n}^{2k+1}$$

- 1) Ecrire les deux nombres  $(1 + \sqrt{2})^{2n}$  et  $(1 - \sqrt{2})^{2n}$  en fonction de  $S$  et  $T$
- 2) En déduire que  $S^2 - 2T^2 = 1$

**EXO12** :On lance une pièce de monnaie  $n$  fois

- 1) Dénombrer tous les résultats
- 2) Calculer  $a_k$  le nombres de résultats où

5) Les tirages contenant au moins une rouge

pile apparait k fois exactement  
3) Calculer de deux façons  $a_0+a_1+\dots+a_n$

[www.riyadiviat.net](http://www.riyadiviat.net)