الفرض الأول باللغتين العربية والفرنسية

المستوى الدراسي : السنة الأولى بكالوريا — الشعبة : علوم رياضية

تاريخ التمرير : الجمعة 23 نونبر 2018 — مدة الإنجاز : ساعتان ونصف

ملحوظة هامة: يكتب بخط واضح على ورقة التحرير:
- اسم ونسب المترشح(ة) (بالحروف العربية واللاتينية) وتاريخ الميلاد،
- اسم المؤسسة والبلدة والمديرية الإقليمية.

التمرين 1 : حدّد جميع الأعداد الحقيقية x و y و z من $]0,1[$ التي تحقق النظمة التالية :

$$\begin{cases} (x^2+y^2)\sqrt{1-z^2} & \geq & z \\ (y^2+z^2)\sqrt{1-x^2} & \geq & x \\ (z^2+x^2)\sqrt{1-y^2} & \geq & y \end{cases}$$

Exercice 1 : Déterminer tous les nombres réels x, y et z de $]0,1[$ vérifiant le système suivant :

$$\begin{cases} (x^2+y^2)\sqrt{1-z^2} & \geq & z \\ (y^2+z^2)\sqrt{1-x^2} & \geq & x \\ (z^2+x^2)\sqrt{1-y^2} & \geq & y \end{cases}$$

التمرين 2 : ليكن ABC مثلثاً بحيث $AB \neq AC$. الارتفاع المار من الرأس A يقطع القطعة $[BC]$ في النقطة D. المنصف الداخلي للزاوية $[\widehat{BAC}]$ يقطع القطعة $[BC]$ في النقطة K. الدائرة المحيطة بالمثلث ADK تقطع الضلعين $[AB]$ و $[AC]$، على التّوالي، في النقطتين E و F.
بين أن المثلث AEF متساوي الساقين.

Exercice 2 : Soit ABC un triangle tel que $AB \neq AC$. la hauteur issue du sommet A coupe le segment $[BC]$ au point D. La bissectrice intérieure de l'angle $[\widehat{BAC}]$ coupe le segment $[BC]$ au point K. Le cercle circonscrit au triangle ADK coupe les cotés $[AB]$ et $[AC]$, respectivement, aux points E et F.
Montrer que le triangle AEF est isocèle.

التمرين 3 : نعتبر مجموعة غير فارغة M وتحقق الخاصيات التالية :

(i) $M \subset \mathbb{N}^*$ و $2018 \in M$ ؛
(ii) إذا كان $m \in M$ فإن جميع القواسم الموجبة للعدد m تنتمي كذلك إلى M ؛
(iii) لكل عنصرين k و m من M حيث $1 < k < m$، يكون العدد $km+1$ كذلك عنصرا من M.

1. أثبت أن الأعداد 1 و 2 و 3 و 4 و 5 تنتمي إلى M.
2. بين أن $M = \mathbb{N}^*$.

Exercice 3 : On considère un ensemble non vide M vérifiant les propriétés suivantes :

(i) $M \subset \mathbb{N}^*$ et $2018 \in M$;
(ii) Si $m \in M$ alors tous les diviseurs positifs du nombre m appartiennent aussi à M ;
(iii) Pour tous éléments k et m de M tels que $1 < k < m$, le nombre $km+1$ est aussi un élément de M.

1. Prouver que les nombres 1, 2, 3, 4 et 5 appartiennent à M.
2. Montrer que $M = \mathbb{N}^*$.