

**EXO1** : Etudier les branches infinies de la courbe de  $f$  dans les cas suivants :

- 1)  $f(x) = x + \frac{1}{x-1}$
- 2)  $f(x) = \frac{2x+1}{x^2}$
- 3)  $f(x) = x^2 - \sqrt{x}$
- 4)  $f(x) = 2x - \sqrt{x}$
- 5)  $f(x) = \frac{2x-x^3}{x^2-1}$
- 6)  $f(x) = \frac{x\sqrt{x}}{x-1}$
- 7)  $f(x) = 2x - \sqrt{x^2+3}$
- 8)  $f'(x) = x\sqrt{\frac{x-1}{x}}$

**EXO2** : Montrer que la droite  $(\Delta)$  est un axe de symétrie de la courbe de  $f$  :

- 1)  $f(x) = ax^2 + bx + c$  ;  $(\Delta): x = -\frac{b}{2a}$
- 2)  $f(x) = \sqrt{x^2 - 2x + 3}$  ;  $(\Delta): x = 1$
- 3)  $f(x) = \cos^2 x$  ;  $(\Delta): x = \frac{\pi}{2}$

**EXO3** : Montrer que le point  $\Omega$  est un centre de symétrie de la courbe de  $f$  :

- 1)  $f(x) = \frac{2x-1}{x+1}$  ;  $\Omega(-1,2)$
- 2)  $f(x) = x^3 + x + 1$  ;  $\Omega(0,1)$
- 3)  $f(x) = \frac{x^2+1}{x-1}$  ;  $\Omega(1,2)$
- 4)  $f(x) = \sin^2 x$  ;  $\Omega(\frac{\pi}{2}, 0)$

1) Déterminer  $D_f$  et les limites aux bornes

**EXO4** : Etudier la concavité de la courbe de  $f$  et les points d'inflexion s'ils existent

- 1)  $f(x) = 2x^3 - 3x^2$
- 2)  $f(x) = 3x^5 - 5x^4$
- 3)  $f(x) = \frac{x^2+x}{x-1}$
- 4)  $f(x) = \cos x + \sin x$
- 5)  $f(x) = x + \sqrt{2x+3}$
- 6)  $f(x) = \frac{\sin^2 x}{\cos 2x}$

**EXO5** : Soit la fonction  $f(x) = x + 2 - \frac{2x+1}{x^3}$

- 2) Donner les branches infinies de  $(C_f)$
- 3) Etudier les variations de  $f$  et dresser le TV
- 4) Etudier la concavité de  $(C_f)$
- 5) Donner l'équation de la tangente à  $(C_f)$  au point d'abscisse 1 et tracer  $(C_f)$

**EXO6** : Soit la fonction  $f(x) = \frac{x^2+2x}{x+1}$

- 1) Déterminer  $D_f$  et les limites aux bornes
- 2) Montrer que  $I(-1,0)$  est un centre de symétrie
- 3) Etudier les variations de  $f$  et dresser le TV sur  $D_E = ]-1, +\infty[$
- 4) Donner les branches infinies de  $(C_f)$  sur  $D_E$
- 5) Déterminer les points d'intersection de la courbe avec  $(Ox)$  et les équations des tangentes en ces points
- 6) Représenter  $f$  graphiquement

**EXO7** : Soit la fonction  $f(x) = \frac{x\sqrt{x}}{x-1}$

- 1) Déterminer  $D_f$  et les limites aux bornes
- 2) Etudier la dérivabilité de  $f$  en  $0^+$  et interpréter graphiquement
- 3) Etudier les variations de  $f$  et dresser le TV
- 4) Préciser les branches infinies de  $(C_f)$
- 5) Tracer la courbe  $(C_f)$
- 6) Soit  $g(x) = \frac{x\sqrt{|x|}}{|x|-1}$ , déterminer  $D_g$  et tracer sa courbe sans faire une étude de  $g$ .

**EXO8** : Soit  $f(x) = \sin^2 x$

- 1) Déterminer  $D_f$  et montrer que  $f$  est paire et que  $\pi$  est une période de  $f$ , en déduire  $D_E$
- 2) Etudier les variations de  $f$  et son TV sur  $D_E$
- 3) Tracer la courbe  $(C_f)$  sur  $[-\pi, 3\pi]$

**EXO9** : Soit la fonction  $f(x) = x - \sqrt{x^2+3}$

- 1) Déterminer  $D_f$  et la limite de  $f$  en  $-\infty$
- 2) a- Montrer que  $\forall x \in \mathbb{R}: f(-x)f(x) = 3$   
b- En déduire la limite de  $f$  en  $+\infty$
- 3) Etudier les variations de  $f$  et dresser le TV
- 4) Déterminer les branches infinies de  $(C_f)$
- 5) Tracer  $(C_f)$  en précisant la tangente en 0

**EXO10** : Soit  $f(x) = \sqrt{x^2 - |x|} - x$

- 1) Déterminer  $D_f$
- 2) Déterminer les infinies de  $(C_f)$
- 3) a- Etudier la dérivabilité de  $f$  en 1 à droite  
b- Etudier la dérivabilité de  $f$  en -1 à gauche  
c- Interpréter géométriquement
- 4) a- Calculer  $f'(x)$  sur  $]1, +\infty[$  et sur  $] -\infty, -1[$   
b- Dresser le TV de  $f$
- 5) a- Tracer  $(C_f)$   
b- En les solutions de l'inéquation  $\sqrt{x^2 - |x|} \geq x$

**EXO11** : Pour  $m$  de  $\mathbb{R}$  on considère la famille de fonctions  $f_m(x) = x^2 - 2mx + 1 + m$  et soit  $(C_m)$  sa courbe

- 1) Quelle est la nature de  $(C_m)$  ?
- 2) Montrer que toutes les courbes  $(C_m)$  passent par un point fixe  $I$
- 3) Si  $m \neq m'$  étudier la position de  $(C_m)$  et  $(C_{m'})$
- 4) Soit  $S_m$  le sommet de  $(C_m)$ , déterminer l'ensemble des points  $S_m$  quand  $m$  varie dans  $\mathbb{R}$