

التمرين الأول : (1) بسط الكتابات التالية :

$$A = \ln(7+4\sqrt{3})^{15} + \ln(7-4\sqrt{3})^{15} \quad \textcircled{1}$$

$$B = \ln(2) + \ln(2+\sqrt{2}) + \ln(2+\sqrt{2+\sqrt{2}}) + \ln(2-\sqrt{2+\sqrt{2}}) \quad \textcircled{2}$$

(2) حدد مجموعة تعريف الدوال :

$$f(x) = \frac{1}{(\ln(x))^2 - 1} \quad \textcircled{3} , \quad f(x) = \ln(x+1) - \ln(3-x) \quad \textcircled{2} , \quad f(x) = \frac{\ln(x+2)}{\ln(x)-1} \quad \textcircled{1}$$

(3) حل في \mathbb{R} ما يلي :

$$\ln(2x-3) + 2\ln(x-2) \geq \ln(-2x^2+19x-24) \quad \textcircled{2} , \quad \ln(x^2+7x+10) = \ln(x+6) \quad \textcircled{1}$$

(4) حدد الدوال الاصلية للدالة على المجال I :

$$f(x) = \frac{\ln(x+1)}{x+1} ; I = [1; +\infty[\quad \textcircled{2} , \quad f(x) = x^2 - 2 + \frac{4}{5x+1} ; I = [0; +\infty[\quad \textcircled{1}$$

$$f(x) = \frac{\sin(x)}{1+2\cos(x)} ; I = \left[0; \frac{2\pi}{3}\right] \quad \textcircled{4} , \quad f(x) = \frac{2x+1}{2x^2+2x+1} ; I = \mathbb{R} \quad \textcircled{3}$$

$$\begin{cases} f(x) = \sqrt{x^2 - 2x} ; x \geq 2 \\ f(x) = \frac{x^2 - 4}{x} ; x < 2 \end{cases} \quad \text{نعتبر الدالة المعرفة على بما يلي :}$$

التمرين الثاني :

(1) ادرس اتصال الدالة f في العدد 2

(2) ادرس قابلية اشتقاق f على يمين ثم على يسار 2 ثم أول هندسيا النتائج المحصل عليها .

$$\text{أ - احسب } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) \text{ و } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$$

ب - احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) - x$ ماذا تستنتج ؟

$$\text{أ - احسب } \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) \text{ و } \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) - x \text{ ماذا تستنتج ؟}$$

ب - احسب $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ ثم أول هندسيا النتائج المحصل عليها .

(5) ادرس تغيرات الدالة f ثم ضع جدول التغيرات .

(6) أ - ادرس الوضع النسبي للمنحنى C_f والمستقيم الذي معادلته $y = x$ على المجال $]-\infty, 0[$

ب - مثل المنحنى C_f في معلم متعامد ممنظم (O, \vec{I}, \vec{J}) .

(7) أ - بين أن f تقبل على المجال $]-\infty, 0[$ دالة عكسية معرفة على مجال يجب تحديده .

ب - مثل $(C_{g^{-1}})$ في نفس المعلم السابق .

ج - احسب $g(-1)$ ثم استنتج حساب $(g^{-1})'(3)$.

التمرين الثالث :

نعتبر المتتالية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ المعرفة بما يلي : $u_0 = 0$; $u_{n+1} = \frac{2u_n + 3}{4 + u_n}$; $n \in \mathbb{N}$

ولتكن $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ بحيث : $v_n = \frac{u_n - 1}{u_n + 3}$ ($\forall n \in \mathbb{N}$)

1) بين بالترجع أن : $0 \leq u_n < 1$ ($\forall n \in \mathbb{N}$) .

2) بين أن : $u_{n+1} - u_n = \frac{4 - (u_n - 1)^2}{4 + u_n}$ ($\forall n \in \mathbb{N}$) ثم استنتج رتبة المتتالية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$.

3) بين أن المتتالية $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ المعرفة أعلاه هندسيا محدد أساسها وحدها الأول

4) أ - احسب v_n بدلالة n .

ب - استنتج ان : $u_n = \frac{1 - \left(\frac{1}{5}\right)^n}{1 + \frac{1}{3}\left(\frac{1}{5}\right)^n}$ ($\forall n \in \mathbb{N}$) . ثم احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

5) نضع : $w_n = n + v_n$ ($\forall n \in \mathbb{N}$) .

أ - احسب بدلالة n المجموع : $S_n = w_0 + w_1 + w_2 + \dots + w_{n-1}$ بحيث $(n \in \mathbb{N}^*)$.

ب - احسب : $\lim_{x \rightarrow +\infty} S_n$