الجداء المتجهي

التمرين ١

لتكن A و B و C و D نقطا من الفضاء $(\mathcal{E})$

1- نفترض أن : $AB = 6$ و $AD = 2$ و

$$\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AD}\right) \equiv \frac{\pi}{3}[2\pi]$$

احسب $\left\|\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AD}\right\|$

2 - بين أن

$$\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{AC} \wedge \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{AD} \wedge \overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{BD} \wedge \overrightarrow{BC}$$

التمرين ٢

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ النقطة $A(2,2,-1)$ و المستوى (P) الذي معادلته هي $2x+y+2z-13=0$ والفلكة (S) التي مركزها $\Omega(1,0,1)$ وشعاعها 3

1) أ- بين أن $x^2+y^2+z^2-2x-2z-7=0$ هي معادلة ديكارتية للفلكة (S) ، وتحقق من أن A تنتمي إلى (S)

ب- احسب مسافة النقطة Ω عن المستوى (P) ، ثم استنتج أن المستوى (P) مماس للفلكة (S)

2)) ليكن (D) المستقيم المار من النقطة A والعمودي على المستوى (P)

أ- بين أن $\vec{u}(2,1,2)$ متجهة موجهة للمستقيم (D) ، وأن $(6,-6,-3)$ هو مثلوث إحداثيات المتجهة $\overrightarrow{\Omega A} \wedge \vec{u}$

ب- احسب $\dfrac{\left\|\overrightarrow{\Omega A} \wedge \vec{u}\right\|}{\left\|\vec{u}\right\|}$ ، ثم استنتج أن المستقيم (D) مماس لــ (S) في A

التمرين ٣

نعتبرفي الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ ، النقط $A(-1,0,3)$ و $B(3,0,0)$ و $C(7,1,-3)$ و الفلكة (S) التي معادلتها الديكارتية هي:

$$x^2+y^2+z^2-6x-2y-15=0$$

1) بين أن $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC} = 3\vec{i}+4\vec{k}$ ، واستنتج أن $3x+4z-9=0$ هي معادلة ديكارتية للمستوى (ABC)

2) بين أن مركز الفلكة (S) هو $\Omega(3,1,0)$ وأن شعاعها يساوي 5

3) ليكن (Δ) المستقيم المار من النقطة Ω والعمودي على المستوى (ABC)

أ- بين أن : $(t\in\mathbb{R})$ $\begin{cases} x=3+3t \\ y=1 \\ z=4t \end{cases}$ هو تمثيل بارامتري للمستقيم (Δ)

ب- بين أن المستقيم (Δ) يقطع الفلكة (S) في النقطتين $E(6,1,4)$ و $F(0,1,-4)$

التمرين ٤

في الفضاء المنسوب لمعلم متعامد ممنظم ومباشر $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ نعتبر النقطتين $A(1,0,1)$ و $B(-1,m,0)$ حيث m عدد حقيقي.

1) أ- حدد بدلالة m إحداثيات المتجهة $\overrightarrow{OA} \wedge \overrightarrow{OB}$

ب- استنتج أن النقط O و A و B غير مستقيمية

تحقق من أن $mx+y-mz=0$ معادلة ديكارتية للمستوى (OAB).

2) نعتبر الفلكة (S) التي معادلتها

$$x^2+y^2+z^2-2x-2y+2z-1=0$$

أ- حدد Ω مركز الفلكة (S) وشعاعها r.

ب-تحقق من أن النقطة O توجد داخل الفلكة (S)

ج- استنتج أن المستوى (OAB) يقطع الفلكة (S) وفق دائرة (C)

ذ- حدد قيمة m التي من أجلها تكون O هي مركز الدائرة (C)