

**تمرين 1**

أحسب النهايات التالية:

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{3x^2 - 2x - 8}{|x^2 - 2x|}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[3]{8x^3 + x^2 - 1} - 3x - 1$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x - \sqrt{x^2 + 1}}{x + \sqrt{x}}$$

**تمرين 2**

نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على  $] -1; +\infty[$  بمايلي:  $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x+1}}$ .

- (1) أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$ .
- (2) بين أن  $f$  دالة متصلة ورتبية قطعاً على المجال  $I$ .
- (3) حدد  $f(I)$ .
- (4) أستنتج أن  $f$  تقبل دالة عكسية  $f^{-1}$  معرفة على مجال  $J$  يتم تحديده.
  - ب- اعط جدول تغيرات الدالة  $f^{-1}$ .
  - ج- حدد  $f^{-1}(x)$  لكل  $x$  من  $J$ .

**تمرين 3**

نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على  $[0; +\infty[$  بمايلي:

$$f(x) = 2\sqrt{x+1} - x$$

- (1) أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ .
- (2) بين أن  $f$  دالة متصلة على المجال  $[0; +\infty[$ .
- (3) أ- بين أن:  $f'(x) = \frac{-x}{\sqrt{x+1}(1+\sqrt{x+1})}$   $\forall x \geq 0$ .  
ب- استنتج تغيرات الدالة  $f$  على المجال  $[0; +\infty[$ .
- (4) أ- بين أن المعادلة  $f(x) = 0$  تقبل حلاً وحيداً  $\alpha$  في المجال  $]6; 7[$ .  
ب- تحقق من أن:  $f\left(\frac{13}{2}\right) = -\frac{49}{4} \frac{1}{2\sqrt{\frac{15}{2} + \frac{13}{2}}}$ .  
ج- استنتج تأطيراً للعدد  $\alpha$  سعته 0.5.

**تمرين 4**

- (1) بين أنه يوجد عدد حقيقي وحيد  $\alpha$  من المجال  $\left[-\frac{1}{2}; 0\right]$  بحيث:  $\sqrt{\alpha+1} = \frac{-2\alpha}{\alpha+1}$ .
- (2) نعتبر الدالة  $g$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  كالتالي:  $g(x) = x^3 - x^2 + 3x + 1$ .
  - أ- تحقق من أن:  $g(\alpha) = 0$ .
  - ب- بين أن  $\alpha$  هو الحل الوحيد للمعادلة:  $g(x) = 0$ .
  - ج- بين أن الدالة  $g$  تقبل دالة عكسية  $g^{-1}$  معرفة على مجال  $J$  المطلوب تحديده.
  - د- بين أن:  $(\forall x \in ]-\infty; \alpha]) (g^{-1}(x) < 0)$ .

انتهى.