تمرين1

1. ادرس قابلية اشتقاق f عند a في كل حالة مما يلي

ا. $f(x)=\left|3\sqrt{x}-\sqrt{3}\right|$ و $a=\frac{1}{3}$.

ب. $\mathbf{f(x)}=\begin{cases}\mathbf{x^2\sin\frac{1}{x}}, & x\neq 0\\ \mathbf{0}, & x=0\end{cases}$ و $a=0$.

ج. $\mathbf{f(x)}=\begin{cases}\frac{\sqrt{x+1}-2}{x-3}, & x\neq 3\\ \frac{1}{4}, & x=3\end{cases}$ و $a=3$.

2. ادرس اشتقاق f عند a في كل حالة مما يلي

ا. $f(x)=x^2+x|x|$ و $a=0$. ب. $f(x)=E(x)$ و $a\in\mathbb{Z}$.

ج. $\mathrm{f(x)}=\begin{cases}\sqrt{x}, & x\geq 1\\ \frac{1}{4}x^2, & x<1\end{cases}$ و $a=1$.

تمرين2

1. لتكن f دالة معرفة على مجال مفتوح I و $0\in I$ حيث

$$\forall x\in I\ |f(x)|\leq x^2$$

برهن ان f قابلة للاشتقاق في 0.

2. نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي

$$\mathbf{g(x)}=\begin{cases}-\mathbf{x^2}, & x\in\mathbb{Q}\\ \mathbf{x^2}, & x\notin\mathbb{Q}\end{cases}$$

أ. بين ان g قابلة للاشتقاق في 0.

ب. استنتج ان g تقبل نهاية في 0.

3. باستعمال السؤال1 بين ان الدالة الواردة في التمرين الاول س1.ب. تقبل نهاية منتهية في 0.

تمرين3

نعتبر الدالتين المعرفتين بما يلي $g(x)=x+|x|$ و $f(x)=x-|x|$

1. بين ان $f+g$ و $f.g$ قابلتان للاشتقاق في 0.

2. هل f و g قابلتان للاشتقاق في 0.

3. استنتج.

تمرين4

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي

$$\mathbf{f(x)}=\begin{cases}\frac{x^3}{|x|}, & x\neq 0\\ 0, & x=0\end{cases}$$

1. حدد $f'_g(0)$ و $f'_d(0)$ واستنتج قابلية اشتقاق f في 0.

2. بين ان منحنى f يقبل مماسين موازيين للمستقيم دي المعادلة $y=4x$ عند نقطتين ينبغي تحديدهما.

تمرين5

لتكن الدالة g المعرفة ب $g(x)=(1+x)^n$ حيث $n\in\mathbb{N}^*$.

1. احسب $g'(x)$ لكل x من $\mathbb{R}$ واستنتج التقريب التالفي ل g بجوار 0.

2. احسب النهاية $\lim\limits_{x\to 0}\frac{(1+x)^{2010}-1}{x}$.

تمرين6

بعد تحديد $D_{f'}$ حدد $f'(x)$ في كل حالة مما يلي $f(x)=\frac{\sqrt{2}x-3}{\sqrt{3}-x}$ و

$f(x)=\frac{\sqrt{2}x-3}{\sqrt{3}-x}$ و $f(x)=(x^2-x-1)^{-3}$ و $f(x)=\sqrt{\frac{x+1}{x-1}}$

و $f(x)=\frac{\sqrt{2}x^{2009}}{2010}-x^5+\sqrt{7}x^3+2010^{2010}$

و $f(x)=(\cos(3x+2))^7$ و $f(x)=\sin(\sqrt{2}x-1)$

و $f(x)=\frac{x^3+x^2-1}{x^2-x+2}$ و $f(x)=\left(\sqrt{x^2+1}\right)^{2009}$

و $f(x)=(1+\tan^2 x)\left(\sqrt{x^2+x-1}+\frac{1}{\sqrt{x}}\right)$ و

$$f(x)=\frac{\sin x+\cos x}{\cos x-\sin x}$$

تمرين7 لتكن f دالة قابلة للاشتقاق على مجال مفتوح I و M و m عددان حقيقيان حيث $\forall x\in I\quad m\leq f'(x)\leq M$ **. نعتبر الدالتين g و h المعرفتين على I بما يلي**

$$g(x)=f(x)-mx \quad \text{و} \quad h(x)=f(x)-Mx$$

1. ادرس تغيرات الدالتين g و h.

2. استنتج ان

$$\forall (a,b)\in I^2\ a\neq b\quad m\leq\frac{f(b)-f(a)}{b-a}\leq M$$

تمرين8

نضع $I=[0,+\infty[$ ونعتبر الدوال المعرفة على I كما يلي

$$f(x)=x-\sin x \text{ و } g(x)=-1+\frac{x^2}{2}+\cos x \text{ و}$$

$$h(x)=-x+\frac{x^3}{6}+\sin x \text{ و } k(x)=1-\frac{x^2}{2}+\frac{x^4}{24}-\cos x$$

1. ا. ادرس تغيرات f واستنتج ان $\forall x\in I,\quad \sin x\leq x$.

ب.ادرس تغيرات g واستنتج ان $\forall x\in I,\quad \cos x\geq 1-\frac{x^2}{2}$.

2. ا. ادرس تغيرات h و k.

ب. استنتج ان $\forall x\in I\quad x-\frac{x^3}{3}\leq\sin x\leq x$ **وان**

$$\forall x\in I\quad 1-\frac{x^2}{2}\leq\cos x\leq 1-\frac{x^2}{2}+\frac{x^4}{24}.$$

3. استعمل زوجية sin و cos لتوسيع المتفاوتات السابقة على $\mathbb{R}$.

4. استنتج النهايات التالية $\lim\limits_0\frac{\sin x}{x}$ **و** $\lim\limits_0\frac{\sin x-x}{x^2}$ **و**

$\lim\limits_0\frac{1-\cos x}{x^2}$.

عبد الخالق العراني