ثانوية موسى بن نصير نيابة الخميسات	فرض محروس رقم 04 الدورة الأولى 2012/2011	الثانية بكالوريا علوم رياضية ذ : عبدالله بن لختير

⇦ في كل ما يلي المستوى العقدي (P) منسوب إلى معلم متعامد ممنظم و مباشر $(O,\vec{u},\vec{v})$.

■ **التمرين رقم 01:** $(2{,}5pts)$

⇦ في المستوى العقدي (P) نعتبر النقط : $M(z)$ و $N(i.\bar{z})$ و $P(2i)$ ، حيث $z\in\mathbb{C}$.

- حدد و أنشىء المجموعة (Σ) للنقط $M(z)$ بحيث تكون النقط M و N و P مستقيمية .

■ **التمرين رقم 02:** $(05pts)$

⇦ لتكن A و B النقطتين اللتين لحقاهما على التوالي :

$$a=\frac{-1+i\sqrt{3}}{2} \text{ و } b=\frac{\sqrt{3}+i}{2}.$$

1)- أكتب a و b على الشكل المثلثي ، ثم مثل النقطتين A و B .

2)- لتكن C النقطة ذات اللحق : $c=a+b$.

أ- بين أن الرباعي $OBCA$ مربع .

ب- أكتب c على الشكل المثلثي ، ثم إستنتج القيمة المظبوطة لكل من $\cos\left(\frac{5\pi}{12}\right)$ و $\sin\left(\frac{5\pi}{12}\right)$.

■ **التمرين رقم 03:** $(10pts)$

⇦ لتكن A و B النقطتين اللتين لحقاهما على التوالي $a=1-i$ و $b=2i$.

و ليكن F التطبيق الذي يربط كل نقطة $M(z)$ ، حيث $z\neq 1-i$ بالنقطة $M'(z')$ بحيث :

$$z'=f(z)=\frac{iz+2}{(1-i)-z}.$$

1)- أ- حدد على الشكل الجبري لحقي النقطتين : $C=\mathrm{F}(O)$ و $D=\mathrm{F}(C)$.

ب- بين أن المثلث OCD قائم الزاوية في O و أن : $OC=2OD$.

2)- حدد و أنشىء في المستوى العقدي (P) كل مجموعة مما يلي :

$$(\mathrm{E}_1)=\{M(z)\in(\mathrm{P});\ f(z)\in\mathbb{R}\} \text{ و } (\mathrm{E}_2)=\{M(z)\in(\mathrm{P});\ f(z)\in i\mathbb{R}\}$$

$$\text{و } (\mathrm{E}_3)=\{M(z)\in(\mathrm{P});|f(z)|=1\}.$$

3)- أثبت أنه عندما تتغير النقطة $M(z)$ على الدائرة (C) التي مركزها A و شعاعها $r=\sqrt{10}$ ، فإن النقطة $M'(z')$ تتغير على دائرة (C') ينبغي تحديد شعاعها r' و لحق مركزها Ω' .

4)- أثبت أن : $(\forall z\in\mathbb{C}-\{2i;1-i\});\arg(z')\equiv-\frac{\pi}{2}+\overline{(\overrightarrow{AM},\overrightarrow{BM})}[2\pi]$ ، ثم إستنتج أنه عندما تتغير $M(z)$ على الدائرة (Γ) التي أحد أقطارها $[AB]$ (محرومة من A و B) فإن النقطة $M'(z')$ تتغير على مستقيم (Δ) ينبغي تحديده .

■ **التمرين رقم 04:** $(2{,}5pts)$

- حدد على الشكل الجبري جميع الأعداد العقدية z بحيث :

$$\begin{cases}\arg(z-i)\equiv\frac{\pi}{4}[\pi]\\ z\bar{z}-(1+i)\bar{z}-(1-i)z-2=0\end{cases}.$$