ثانوية ابن خلدون 2باك رياضي ا | فـــرض محروس أول | 2 س | 18 –10 – 2010 | ذ.العمراني

التمرين1:

1. ا. حدد النهايتين عند x_0 في الحالتين التاليتين :

1. $f(x)=\dfrac{\sqrt[3]{x}-1}{x^2-1}$ $\quad x_0=1$ — 1

2. $f(x)=\dfrac{Arc\tan x}{\sqrt[3]{x+1}-1}$ $\quad x_0=0$ — 1

ب. حدد التمديد بالاتصال عند وجوده للدالتين السابقتين عند x_0 — 0.5

2 حدد النهايات عند x_0 في كل حالة مما يلي

3. $f(x)=\sqrt[3]{-x^3+x+1}+x-1$ $\quad x_0=-\infty$. — 1

4. $f(x)=\dfrac{\sqrt{x-1}-\sqrt[6]{x}}{\sqrt[3]{x-1}-\sqrt{x}}$ $\quad x_0=+\infty$. — 1

5. $f(x)=x^{2011}+x^{2010}Arc\tan\left(\dfrac{1}{\sqrt[2011]{x}}\right)$ $\quad x_0=+\infty$. — 1

التمرين 2 :

جزء أول

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي : $f(x)=\sqrt[3]{|x|}Arctan(x)$

وليكن (C) منحناها في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد وممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1. بين أن الدالة f متصلة على $\mathbb{R}$ — 1
2. بين أن f دالة فردية — 0.5
3. ا. حدد النهايتين $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$. — 1

ب . بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{f(x)}{x}=0$ وأول النتيجتين مبيانيا — 1.5

4. اثبت أن f تقابل من $\mathbb{R}$ نحو $\mathbb{R}$ — 1
5. بين أن f^{-1} التقابل العكسي ل f دالة فردية — 0.75

جزء ثاني

1. بين أن المعادلة $x^3-x+1=0$ تقبل حلا وحيدا α في $\mathbb{R}$ — 1.5
2. تأكد أن $-2\prec\alpha\prec-1$ — 0.5
3. ضع جدول إشارة الحدودية X^3-X+1 — 0.75

جزء ثالث

لكل $n\in\mathbb{N}$ حيث $n\geq 2$ نعتبر الدالة g_n المعرفة بما يلي :

$$g_n(x)=\sqrt[n]{f^{-1}(x^3-x+1)}-Arctan(x)$$

1. اثبت أن حيز تعريف الدالة g_n هو المجال $[\alpha,+\infty[$ — 1
2. حدد النهاية $\lim\limits_{x\to+\infty} g_n(x)$ — 1
3. اثبت أن $\forall x\in\mathbb{R},\ f^{-1}(x)>1\Leftrightarrow x>\frac{\pi}{4}$ — 0.5
4. اثبت أن الدالة g_n متصلة على حيز تعريفها — 1
5. بين أن g_n تناقصية قطعا على المجال $I=\left[\dfrac{-\sqrt{3}}{3},\dfrac{\sqrt{3}}{3}\right]$ واستنتج أنها تقابل من I نحو مجال ينبغي تحديد طرفيه بدلالة g_n وطرفي I — 1.25
6. برهن أن المعادلة $g_n(x)=0$ لا تقبل أي حل في I — 1.25

عبدالخالق العمراني

عبدالخالق العمراني