Lycée Med Ben Hassan El ouazzani Khemisset	Année scolaire 2018/2019	
	Mathématiques	Ali cherif
Niveau : 2éme Année Bac Sm Bac Int	Date : 26 / 11 /2018	Durée : 2 heures
	Contrôle N° 2 1er semestre	

__Exercice 1 :__ 6pts

la courbe ci – dessous est celle d'une fonction f définie est continue sur $\mathbb{R}^*$ $y = x - 4$, $x = 0$ sont des asymptotes à (C_f) , la droite $y = -2x$ est une direction asymptotique à (C_f) en $-\infty$.

1) Determiner par une lecture graphique les limites suivantes :

2,5pt $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{1}{f(x)-x}$, $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{x}{f(x)+2x}$, $\lim\limits_{x\to0^+} f(f(x))-f(x)$, $\lim\limits_{x\to0^-} \dfrac{f(f(x))}{2}+f(x)$

$\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{f(2x+f(x))}{x}$.

2) Soit h la restriction de f à l'intervalle $[-1,0[$

1pt Montrer qu'il esxiste un unique réel $\beta \in]-1,0[$, tel que $h(\beta) = -1$

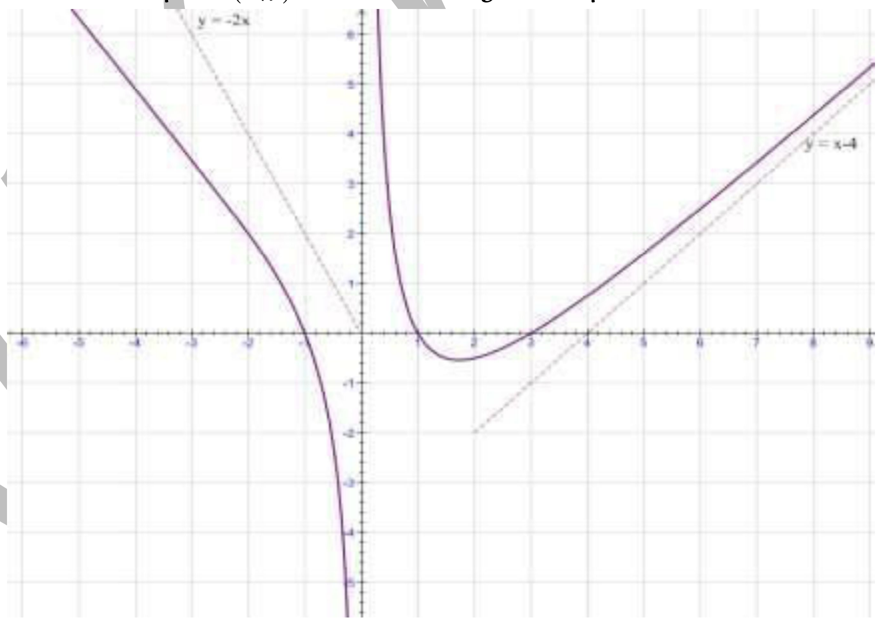
3) Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$ on définit la fonction g_n sur l'intervalle $]0,1]$ par $g_n(x) = f(x) - nx$.

1pt a – Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}^*$ il existe un unique réel $\alpha_n \in]0,1[$ tel que : $g_n(\alpha_n) = 0$.

b – Montrer que $g_{n+1}(\alpha_n) \prec 0$ et en déduire que la suite (α_n)

0,5 est décroiassante .

1pt c) Montrer alors que (α_n) est convergente puis calculer sa limite.



__Exercice 2 :__ pts

On pose pour tout entier naturel n supérieur ou égal à 1 :

$$u_n = 1 + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \ldots\ldots + \frac{1}{n!} \quad \text{et} \quad v_n = u_n + \frac{1}{n \times n!}$$

1) Vérifier que $u_1 = 2$ et $v_1 = 3$, puis calculer u_2 , u_3 , v_2 et v_3 .

1pt

1pt	2) Montrer que (u_n) est une suite strictement croissante.
1pt	3) a - Démontrer que pour tout entier $n \geq 1$, on a : $$v_{n+1} - v_n = \frac{-1}{n \times (n+1) \times (n+1)!}$$
1pt	b- En déduire que (v_n) est une suite strictement décroiassante.
0,5	4) a - Démontrer que pour tout entier $n \geq 2$, on a : $n! \geq n$
1pt	b - Calculer : $\lim\limits_{n \to +\infty} n!$, puis $\lim\limits_{n \to +\infty} \frac{1}{n \times n!}$.
0,5	c - En déduire que les suites (u_n) et (v_n) sont adjacentes.
	<u>Exercice 3 :</u> 8pts
	I) soit φ la fonction numérique définie par : $\varphi(x) = \frac{1}{2}\left(\sqrt{x^2 - 4} - x\right)$
0,25	1) a - Déterminer l'ensemble de définition de φ .
0,5pt	b - Calculer $\lim\limits_{x \to -\infty} \varphi(x)$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} \varphi(x)$.
0,5pt	2) a - Etudier la dérivabilité de φ à gauche de -2 et à droite de -2
0,5pt	b - Etudirer les variations de φ .
0,5pt	3) a - Etudier les branches infinis de (C_φ) .
0,5pt	b - Construire la courbe (C_φ) dans un repére orthonormè $(\Omega;\vec{u};\vec{v})$
	4) Soit ψ la restriction de φ à $]-\infty;-2]$.
0,25	a- Montrer que ψ est une bijection de $]-\infty;-2]$ vers un intervalle F qu'on déterminera.
0,5pt	b- Claculer $\psi^{-1}(x)$ pour tout $x \in F$.
0,5pt	c- Tracer ($C_{\psi^{-1}}$) dans $(\Omega;\vec{u};\vec{v})$.
	II) soit f la fonction définie par : $$\begin{cases} f(x) = -\frac{\pi}{4} \sin\left(\frac{\pi}{4}x\right) & ; \lvert x\rvert \leq 2 \\ f(x) = \operatorname{Arc}\tan(\varphi(x)) & ; \lvert x\rvert \succ 2 \end{cases}$$
1pt	1) Etudier la continuité et la dérivabilité de f en -2 et 2 .
0,5pt	2) Calculer $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.
1pt	3) Etudier les variations de f .
0,5pt	4) Donner l'équation de la tangente (T) en 0 .
0,5pt	5) construire la courbe (C_f) dans un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$.
0,5pt	6) soit g la restriction de f à $]-\infty;-2]$. Montrer que g est une bijection de $]-\infty;-2]$ vers J puis calculer $g^{-1}(x)$.