اتصال دالة عددية

المجال I	المجال $f(I)$	
	f تزايدية قطعاً على I	f تناقصية قطعاً على I
$[a\,,b]$	$[f(a)\,,f(b)]$	$[f(b)\,,f(a)]$
$[a\,,b[$	$[f(a)\,,\lim\limits_{x\to b-} f(x)[$	$]\lim\limits_{x\to b-} f(x)\,,f(a)]$
$]a\,,b]$	$]\lim\limits_{x\to a+} f(x)\,,f(b)]$	$[f(b)\,,\lim\limits_{x\to a+} f(x)[$
$]a\,,b[$	$]\lim\limits_{x\to a+} f(x)\,,\lim\limits_{x\to b-} f(x)[$	$]\lim\limits_{x\to b-} f(x)\,,\lim\limits_{x\to a+} f(x)[$
$[a,+\infty[$	$[f(a)\,,\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)[$	$]\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)\,,f(a)]$
$]-\infty,b]$	$]\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)\,,f(b)]$	$[f(b)\,,\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)[$

f متّصلة في a $\Leftrightarrow$ $\lim\limits_{x\to a} f(x)=f(a)$ $\Leftrightarrow$ $\lim\limits_{x\to a-} f(x)=\lim\limits_{x\to a+} f(x)=f(a)$.

f متّصلة على اليمين في a $\Leftrightarrow$ $\lim\limits_{x\to a+} f(x)=f(a)$

f متّصلة على اليسار في a $\Leftrightarrow$ $\lim\limits_{x\to a-} f(x)=f(a)$

صورة مجال بدالة متّصلة هو مجال.

$f([a\,,b])=[m\,,M]$ حيث $m=\underset{x\in[a,b]}{Min}\,f(x)$ و $M=\underset{x\in[a,b]}{Max}\,f(x)$

f متّصلة على المجال $[a\,,b]$ إذا كانت متّصلة في كلّ نقطة من $]a\,,b[$ و متّصلة على اليمين في a و متّصلة على اليسار في b.

مجموع و جداء و خارج دوال متّصلة، هي دوال متّصلة، مع مراعاة مجال الاتصال و مجموعة التعريف.

الدوال الحدودية و الجذرية و اللاّجذرية متّصلة على مجموعة تعريفها.

الدالة $x\mapsto\sqrt{x}$ متّصلة على $\mathbb{R}^+$

f دالة عددية و I مجال ضمن D_f . g دالة عددية و J مجال ضمن D_g بحيث: $f(I)\subset J$.

$\{$ الدالة f متصلة على I و الدالة g متصلة على J $\}$ $\Rightarrow$ $\{$ الدالة $g\circ f$ متّصلة على I $\}$

$x\xrightarrow{f} f(x)\xrightarrow{g} g(f(x))$.

$(x\in D_{g\circ f})\ \Leftrightarrow\ (x\in D_f$ و $f(x)\in D_g)$

$(x\in D_{f\circ g})\ \Leftrightarrow\ (x\in D_g$ و $g(x)\in D_f)$

مبرهنة القيم الوسيطة: f متّصلة على $[a,b]$. لكلّ λ محصور بين $f(a)$ و $f(b)$ ، يوجد على الأقلّ عنصر c من $[a,b]$ بحيث $f(c)=\lambda$.

المعادلة $f(x)=0$ تقبل **على الأقل** حلاً في المجال $]a\,,b[$ $\Longleftarrow$. f متّصلة على $[a\,,b]$ و $f(a)\times f(b)<0$

المعادلة $f(x)=0$ تقبل **حلاً وحيداً** في المجال $]a\,,b[$ $\Longleftarrow$. f متّصلة و **رتيبة قطعاً** على $[a\,,b]$ و $f(a)\times f(b)<0$

إذا كانت f متّصلة و رتيبة قطعاً على مجال I فإنّ لها دالة عكسية f^{-1} معرّفة على المجال $J=f(I)$.

الدالة $f:I\to J$. الدالة $f^{-1}:J\to I$ دالة متّصلة على $f(I)$ و لها نفس منحى تغيّرات f .

التمثيلان المبيانيان للدالتين f و f^{-1} في معلم متعامد ممنظم متماثلان بالنّسبة للمستقيم ذي المعادلة: $y=x$.

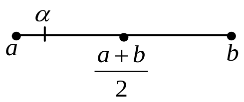
$$\left.\begin{array}{l} f^{-1}(x)=y \\ x\in f(I)\end{array}\right\}\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l} f(y)=x \\ y\in I\end{array}\right.$$

$\forall x\in I:\ f^{-1}\circ f(x)=x$

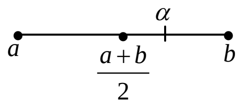
$\forall x\in f(I):\ f\circ f^{-1}(x)=x$

التفرع الثنائي *dichotomie*

f متّصلة و رتيبة قطعاً على $[a\,,b]$ بحيث $f(a)f(b)<0$ ، نضع α الحلّ الوحيد للمعادلة $f(x)=0$



مركز $[a\,,b]$ هو $\frac{a+b}{2}$ ، إذا كان $f(a)f(\frac{a+b}{2})<0$ فإنّ $a<\alpha<\frac{a+b}{2}$ سعة هذا التأطير $\frac{b-a}{2}$.
نعيد هذه العملية على $[a,\frac{a+b}{2}]$ فنحصل على تأطير سعته $\frac{b-a}{4}$ و هكذا دواليك....



مركز $[a\,,b]$ هو $\frac{a+b}{2}$ ، إذا كان $f(a)f(\frac{a+b}{2})>0$ فإنّ $\frac{a+b}{2}<\alpha<b$ سعة هذا التأطير $\frac{b-a}{2}$.
نعيد هذه العملية على $[\frac{a+b}{2},b]$ فنحصل على تأطير سعته $\frac{b-a}{4}$ و هكذا دواليك....

نهاية f	نهاية g	نهاية $f+g$	نهاية $f\times g$	نهاية $\frac{f}{g}$
$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$	شكل غير محدّد
$+\infty$	$-\infty$	شكل غير محدّد	$-\infty$	
$-\infty$	$+\infty$	شكل غير محدّد	$-\infty$	
$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$+\infty$	
$+\infty$ / $-\infty$	0 .	$+\infty$ / $-\infty$	شكل غير محدّد	شكل غير محدّد
0	$+\infty$ / $-\infty$	$+\infty$ / $-\infty$	شكل غير محدّد	0
$\ell\ (\neq 0)$	$+\infty$ / $-\infty$	$+\infty$ / $-\infty$	∞ حسب إشارة ℓ	0
$+\infty$ / $-\infty$	$\ell\ (\neq 0)$	$+\infty$ / $-\infty$	∞ حسب إشارة ℓ	∞ حسب إشارة ℓ
ℓ	ℓ'	$\ell+\ell'$	$\ell\times\ell'$	$\frac{\ell}{\ell'}\ (\ell'\neq 0)$

نهاية f	نهاية $\frac{1}{f}$
0^+	$+\infty$
0^-	$-\infty$

نهاية f	نهاية $\sqrt{f}$
$+\infty$	$+\infty$
$\ell\ (\geq 0)$	$\sqrt{\ell}$

$\lim\limits_{x\to+\infty} x^n=+\infty:\ n\in\mathbb{N}^*$

n زوجي: $\lim\limits_{x\to-\infty} x^n=+\infty$

n فردي: $\lim\limits_{x\to-\infty} x^n=-\infty$

الأشكال غير المحدّدة
$(+\infty)+(-\infty)$ $(0)\times(\infty)$ $\frac{(\infty)}{(\infty)}$ و $\frac{(0)}{(0)}$

الشّكل $\frac{\ell}{(0)}$; $\ell\neq 0$ يحدّد بدراسة إشارة المقام على اليمين و على اليسار.