C: RS22

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية والتعليم العالي وتكوين الأطر والبحث العلمي
قطاع التربية الوطنية

المركز الوطني للامتحانات

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
(الدورة الاستدراكية 2007)
الموضوع

مدة الإنجاز: 3

المعامل: 7

المـــــادة: الرياضيات

الشعـــب(ة): العلوم التجريبية الأصيلة + العلوم التجريبية + العلوم الزراعية

(يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة)

التمرين الأول (3,5 ن)

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ النقط $A(2,0,-1)$ و $B(2,4,2)$
و $C(3,3,3)$ و الفلكة (S) التي معادلتها الديكارتية هي: $x^2+y^2+z^2-4x-4y-8z+20=0$

1 | 1) بين أن مركز الفلكة (S) هي النقطة $\Omega(2,2,4)$ و أن شعاعها يساوي 2 .

0,75 | 2) ليكن (P) المستوى المار من النقطة A والعمودي على المستقيم (BC).
بين أن معادلة ديكارتية للمستوى (P) هي: $x-y+z-1=0$

1 | 3) أ – بين أن المستوى (P) يقطع الفلكة (S) وفق دائرة (Γ) شعاعها يساوي 1.

0,25 | ب– حدد تمثيلا بارامتريا للمستقيم (Δ) المار من Ω و العمودي على (P).

0,5 | ج– حدد مثلوث إحداثيات النقطة ω مركز الدائرة (Γ).

التمرين الثاني (2,5 ن)

يحتوي كيس على ثلاث بيدقات بيضاء وأربع بيدقات سوداء (لا يمكن التمييز بين البيدقات باللمس).
نسحب عشوائيا وفي آن واحد ثلاث بيدقات من الكيس .

0,75 | 1) ما هو احتمال الحصول على بيدقتين بالضبط لونهما أبيض؟

0,75 | 2) ما هو احتمال الحصول على ثلاث بيدقات من نفس اللون؟

1 | 3) ما هو احتمال الحصول على بيدقة بيضاء على الأقل؟

التمرين الثالث (3 ن)

لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة بما يلي : $u_0=2$ و $u_{n+1}=\frac{1}{5}(u_n-4n-1)$ لكل n من $I\!N$.

نضع $v_n=u_n+n-1$ لكل n من $I\!N$.

1 | 1) بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{5}$.

0,5 | 2) أ- احسب v_n بدلالة n .

0,5 | ب- استنتج u_n بدلالة n ثم احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

1 | 3) نضع $T_n=v_0+v_1+\dots\dots\dots+v_n$ و $S_n=u_0+u_1+\dots\dots\dots+u_n$ حيث n عنصر من $I\!N$.
بين أن: $T_n=\frac{1}{4}\left(5-\frac{1}{5^n}\right)$ و أن $S_n=T_n-\frac{(n+1)(n-2)}{2}$ لكل n من $I\!N$.

التمرين الرابع (3 ن)

0,25 | 1) تحقق من أن: $\left(\sqrt{2}+2i\right)^2=-2+4\sqrt{2}\,i$.

0,75 | 2) حل في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2-\left(\sqrt{2}+2\right)z+2+\sqrt{2}-\sqrt{2}\,i=0$.

3) نعتبر العددين العقديين $z_1=1-i$ و $z_2=1+\sqrt{2}+i$.

0,5 | أ – حدد الشكل المثلثي للعدد العقدي z_1 .

1 | ب – بين أن : $z_1\cdot z_2=\sqrt{2}\,\overline{z_2}$ ($\overline{z_2}$ هو مرافق العدد z_2).
استنتج أن : $\arg(z_1)+2\arg(z_2)\equiv 0[2\pi]$

0,5 | ج – حدد عمدة للعدد z_2 .

مسألة (8 ن)

I) لتكن g الدالة العددية المعرفة على $]0,+\infty[$ بما يلي : $g(x)=x-\dfrac{1}{x}-2\ln x$.

1 | 1) بين أن $g'(x)=\dfrac{(x-1)^2}{x^2}$ لكل x من $]0,+\infty[$ ثم استنتج منحى تغيرات الدالة g على $]0,+\infty[$.

0,5 | 2) بين أن $g(x)\leq 0$ لكل x من $]0,1]$ و أن $g(x)\geq 0$ لكل x من $[1,+\infty[$ (لاحظ أن $g(1)=0$).

II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]0,+\infty[$ بما يلي : $f(x)=x+\dfrac{1}{x}-(\ln x)^2-2$.

ليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $\left(O\,,\,\vec{i},\,\vec{j}\right)$.

0,75 | 1) أ – بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{(\ln x)^2}{x}=0$ (يمكن وضع $t=\sqrt{x}$) ثم احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$.

0,25 | ب – تحقق من أن: $f\left(\dfrac{1}{x}\right)=f(x)$ لكل x من $]0,+\infty[$.

0,5 | ج – احسب $\lim\limits_{\substack{x\to0\\x>0}}f(x)$ (يمكن وضع $t=\dfrac{1}{x}$) ثم أول النتيجة هندسيا .

0,5 | د – بين أن (C) يقبل فرعا شلجميا اتجاهه المقارب هو المستقيم الذي معادلته هي : $y=x$.

1,5 | 2) بين أن: $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x}$ لكل x من $]0,+\infty[$ ، ثم ضع جدول تغيرات الدالة f .

1 | 3) أنشئ المنحنى (C) في المعلم $\left(O\,,\,\vec{i},\,\vec{j}\right)$.

0, 5 | 4) أ – بين أن الدالة $G:x\to x\ln x-x$ دالة أصلية للدالة $g:x\to\ln x$ على $]0,+\infty[$.

0,75 | ب– باستعمال مكاملة بالأجزاء ، بين أن : $\int_1^e(\ln x)^2\,dx=e-2$.

0,75 | ج – حدد مساحة حيز المستوى المحصور بين المنحنى (C) و محور الأفاصيل و المستقيمين اللذين معادلتاهما : $x=1$ و $x=e$.