ثانوية موسى بن نصير نيابة الخميسات	فرض محروس رقم 01 الدورة الأولى 2010/2009	الثانية بكالوريا علوم رياضية ذ : عبدالله بن لختير

Durée : 03h

- **التمرين الأول:** $(02\,pts)$

نعتبر في $\mathbb{R}^+$ المعادلة : $(\mathrm{E}): x^{12} = x^{11} + 1$.

1)- بين أن المعادلة (E) تقبل حلا على الأقل .

2)- هل هذا الحل وحيد ؟ علل جوابك .

- **التمرين الثاني:** $(03\,pts)$

لتكن f الدالة المعرفة كما يلي :

$$\begin{cases} f(x) = \dfrac{\cos\left(\dfrac{2}{3}x\right) - \sqrt{3}\sin\left(2x - \dfrac{\pi}{3}\right)}{\cos(2x)} \;;\; x > 0 \\ f(x) = x^2 + ax + a + \dfrac{2a+1}{x+1} \;;\; x \le 0 \end{cases}$$ ، حيث a بارامتر حقيقي .

1)- أ- حدد D_f .

ب- أحسب النهايتين $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to\left(\frac{\pi}{4}\right)} f(x)$.

2)- حدد قيمة البارامتر a لكي تكون f متصلة في الصفر .

3)- حدد قيمة البارامتر a لكي تقبل f تمديدا بالإتصال في $x_0 = -1$.

- **التمرين الثالث:** $(04\,pts)$

← **ملحوظة:** (الأسئلة الثلاثة **1)**- و **2)**- و**3)**- غير مرتبطة فيما بينها) .

1)- لتكن f دالة متصلة على قطعة $[a;b]$ بحيث : $[a;b] \subset f([a;b])$.

← بين أن المعادلة : $f(x) = x$ تقبل حلا على الأقل في $[a;b]$.

2)- لتكن g و h دالتين متصلتين على القطعة $[0;1]$ بحيث $g([0;1]) = [0;1]$ و $h([0;1]) \subset [0;1]$.

← أثبت أن المعادلة : $g(x) = h(x)$ تقبل حلا على الأقل في $[0;1]$.

3)- حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $\mathrm{E}\left(\sqrt{x}\right) = \mathrm{E}\left(\sqrt[3]{x}\right)$ (حيث $\mathrm{E}(a)$ هو الجزء الصحيح للعدد الحقيقي a) .

- **التمرين الرابع:** $(05pts)$

لتكن f الدالة المعرفة كما يلي : $f(x)=Arctan\left(\frac{x}{\sqrt{x}-1}\right)$.

1)- أ- حدد D_f ، ثم أحسب النهاية $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

ب- بين أن f متصلة على كل مجال ضمن D_f .

ج- هل الدالة f تقبل تمديدا بالاتصال في $x_0=1$ ؟ علل جوابك .

2)- مهما يكن x من D_f ، نضع : $u(x)=\frac{x}{\sqrt{x}-1}$.

← أدرس تغيرات الدالة u على D_f ، ثم إستنتج تغيرات f على D_f .

3)- لتكن φ قصور الدالة f على المجال $I=[0;1[$.

أ- بين أن φ تقبل دالة عكسية φ^{-1} معرفة على مجال J ينبغي تحديده .

ب- أحسب $\varphi^{-1}(x)$ مهما يكن x من J .

- **التمرين الخامس:** $(04pts)$

لتكن f الدالة المعرفة على المجال $[0;\pi]$ كما يلي : $f(x)=\cos x$.

1)- بين أن f تقبل دالة عكسية f^{-1} و حدد $D_{f^{-1}}$.

2)- نعتبر الدالة φ المعرفة كما يلي : $\varphi(x)=f^{-1}\left(4x^3-3x\right)$.

أ- حدد D_φ (مجموعة تعريف الدالة φ) .

ب- بين أن : $\left(\forall x\in\left[-\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right]\right);\varphi(x)=2\pi-3f^{-1}(x)$.

(يمكنك إستعمال الصيغة المثلثية : $\cos(3\alpha)=4\cos^3\alpha-3\cos\alpha$)

ج- عبر عن $\varphi(x)$ بدلالة $f^{-1}(x)$ على كل مجال من المجالين $\left[\frac{1}{2};1\right]$ و $\left[-1;-\frac{1}{2}\right]$.

- **التمرين السادس:** $(03pts)$

لتكن f دالة متصلة على $\mathbb{R}$ بحيث :

$(P):\left(\forall(x,y)\in\mathbb{R}^2\right), f(x+y)+f(x-y)=2\left(f(x)+f(y)\right)$.

1)- أحسب $f(0)$ ، ثم بين أن f دالة زوجية .

2)- ليكن x من $\mathbb{R}$ ، بين أن : $(\forall n\in\mathbb{Z}), f(nx)=n^2 f(x)$.

3)- نضع $a=f(1)$ ، بين أن : $(\forall r\in\mathbb{Q}), f(r)=a.r^2$.

4)- إستنتج تعبير الدالة f على $\mathbb{R}$.