Belayachi El houcine
Prof. de Physique - Chimie / Khémisset
gl7ocin@gmail.com

تمرين 1 — الامتحان الوطني 2008 الدورة العادية 2008

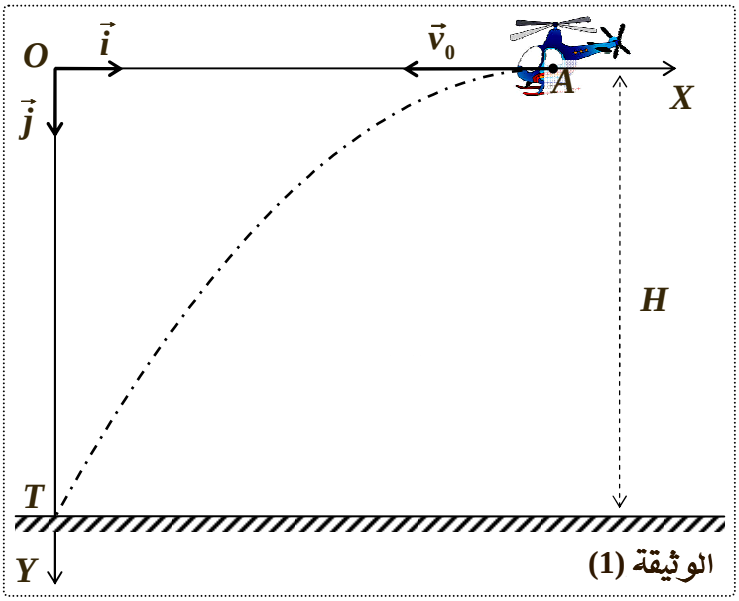
تُستعمل الطائرات المروحية في بعض الحالات لايصال مساعدات إنسانية إلى مناطق منكوبة يتعذر الوصول إليها عبر البر.

تتحرك طائرة مروحية على ارتفاع ثابت H من سطح الأرض بسرعة أفقية $\vec{v}_0$ ثابتة وتُسقِط صندوق مواد غذائية، مركز قصوره G_0، فيرتطم بسطح الأرض في النقطة T. (الوثيقة (1)).

ندرس حركة G_0 في معلم متعامد وممنظم $\Re\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$ مرتبط بالأرض والذي نعتبره غاليليا.

نعطي : $g=10m.s^{-2}$ (شدة الثقالة) و $H=405m$ ؛

نهمل أبعاد الصندوق.



الوثيقة (1)

1) الجزء الأول دراسة السقوط الحر:

نهمل القوى المرتبطة بتأثير الهواء على الصندوق.

يسقط الصندوق ،عند اللحظة $t=0$ ، انطلاقا من النقطة $A\left(x_A=450m\ ;\ y_A=0\right)$ بالسرعة البدئية الأفقية $\vec{v}_0$ ذات القيمة $v_0=50m.s^{-1}$.

1.1) أوجد ، بتطبيق القانون الثاني لنيوتن، المعادلتين الزمنيتين $x(t)$ و $y(t)$ لحركة G_0 في المعلم $\Re\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$.

2.1) حدد لحظة ارتطام الصندوق بسطح الأرض.

3.1) أوجد معادلة مسار حركة G_0.

2) الجزء الثاني : دراسة السقوط باحتكاك:

لكي لا تُتلف المواد الغذائية عند الارتطام بسطح الأرض؛ تم ربط صندوق بمظلة تُمكنه من النزول ببطء. تبقى المروحية ساكنة على نفس الارتفاع H السابق في النقطة O. يسقط الصندوق ومظلته رأسيا بدون سرعة بدئية عند اللحظة $t_0=0$.

يطبق الهواء قوى الاحتكاك المعبر عنها بالعلاقة $\vec{f}=-100.\vec{v}$. حيث $\vec{v}$ تمثل متجهة سرعة الصندوق عند اللحظة t.

نهمل دافعة أرخميدس خلال السقوط.

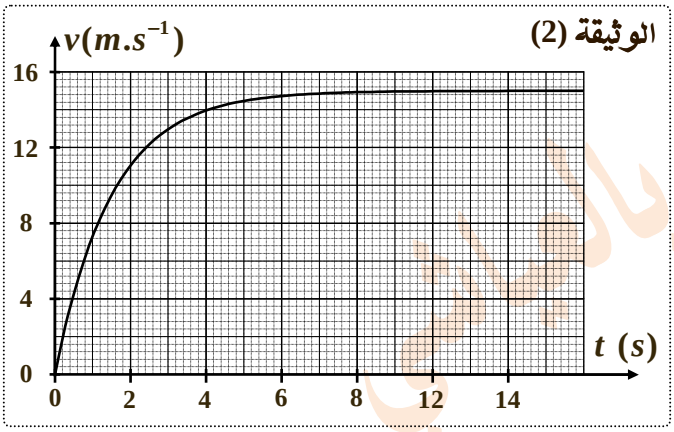
نعطي كتلة المجموعة {الصندوق والمظلة}: $m=150kg$.

1.2) أوجد المعادلة التفاضلية في المعلم $\Re\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$ التي تحققها سرعة G_1 مركز قصور المجموعة.

2.2) يمثل منحنى الوثيقة (2) تغير سرعة G_1 بدلالة الزمن؛ حدد السرعة الحدية v_{lim} وكذا الزمن المميز τ للسقوط.

3.2) أعط قيمة تقريبية لمدة النظام البدئي.

4.2) باعتماد طريقة أولير والجدول التالي، حدد قيمتي السرعة v_4 و التسارع a_4.



الوثيقة (2)

$t_i(s)$	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6
$v_i(m.s^{-1})$	0	1,00	1,93	2,80	v_4	4,37	5,08
$a_i(m.s^{-2})$	10,00	9,33	8,71	8,12	a_4	7,07	6,60

Belayachi El houcine
Prof. de Physique - Chimie / Khémisset
elhocin@gmail.com

1) الجزء الأول دراسة السقوط الحر:

1.1) إثبات المعادلتين الزمنيتين $x(t)$ و $y(t)$ لحركة G_0 في المعلم.

المجموعة المدروسة {الصندوق}

جرد القوى:

$\vec{P} = m.\vec{g}$: وزن الصندوق.

نطبق القانون الثاني لنيوتن على حركة مركز قصور الصندوق بالنسبة للمعلم $\Re\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$ المرتبط بالأرض و الذي نعتبره غاليليا.

لدينا: $\sum \vec{F}_{ext} = m.\vec{a}_G$

أي $m.\vec{a}_G = m.\vec{g}$

ومنه $\vec{a}_G = \vec{g}$.

بإسقاط هذه العلاقة على محاور المعلم نجد:

$$\vec{a}\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = g \end{cases}$$

بما أن $a_x = \frac{dv_x}{dt}$ و $a_y = \frac{dv_y}{dt}$

فإن:

$$\vec{v}_G\begin{cases} v_x = v_{0x} = -v_0 \\ v_y = g.t + v_{y0} \quad ; \quad v_{y0} = 0 \end{cases}$$

و بما أن $v_x = \frac{dx}{dt}$ و $v_y = \frac{dy}{dt}$

فإن:

$$\overrightarrow{OG}\begin{cases} x(t) = -v_0.t + x_0 \quad ; \quad x_0 = x_A \\ y(t) = \frac{1}{2}.g.t^2 + y_0 \quad ; \quad y_0 = 0 \end{cases}$$

و بالتالي تكون التعابير العددية للمعادلات الزمنية $x(t)$ و $y(t)$:

$$\overrightarrow{OG}\begin{cases} x(t) = -50.t + 450 \quad (m) \\ y(t) = 5.t^2 \quad (m) \end{cases}$$

2.1) تحديد لحظة ارتطام الصندوق بسطح الأرض.

عند وصول الصندوق إلى سطح الأرض يكون يأخذ أرتوب مركز قصوره القيمة $y_T = H = 405m$

باستعمال المعادلة $y(t)$ لدينا: $H = 5.t^2$

ومنه: $t = \sqrt{\frac{H}{5}}$

ت.ع: $t = 9s$

3.1) إثبات معادلة مسار حركة G_0.

نحصل على معادلة المسار بإقصاء الزمن بين المعادلات الزمنية:

لدينا: $t = \frac{450 - x}{50}$

ومنه: $y = 5.\left(\frac{450 - x}{50}\right)^2$

$$y = 2.10^{-3}.x^2 - 1,8x + 405 \quad (m)$$

الجزء الثاني : دراسة السقوط باحتكاك:

1) أوجد المعادلة التفاضلية في المعلم $\Re\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$ التي تحققها سرعة G_1 مركز قصور المجموعة.

المجموعة المدروسة: {الصندوق والمظلة}

جرد القوى الخارجية:

- وزن المجموعة {الصندوق والمظلة}: $\vec{P} = m.\vec{g}$
- قوى الحتكاكات المائعة: $\vec{f} = -100.\vec{v}$

حسب القانون الثاني لنيوتن: $\vec{P} + \vec{f} = m.\vec{a}_G$

ومنه $m.\vec{g} - 100.\vec{v} = m.\vec{a}$.

بإسقاط العلاقة على $(O,\vec{j})$ نجد: $m.g - 100.v = m.a_y$

أي: $\frac{dv_y}{dt} = g - \frac{100}{150}.v$ مع $a_y = \frac{dv_y}{dt}$ و $v = v_y$

و بالتالي: $\frac{dv}{dt} = 10 - \frac{2}{3}.v$

2) تحديد السرعة الحدية v_{lim} وكذا الزمن المميز τ للسقوط.

من خلال المنحنى: $v_{lim} = 15m.s^{-1}$ و $\tau = 1,5s$

3) تقدر القيمة التقريبية لمدة النظام البدئي ب $\Delta t = 5.\tau = 7,5s$.

1.3) تحديد قيمتي السرعة v_4 و التسارع a_4.

ت.ع: $v_4 = v_3 + a_3.\Delta t$ مع $\Delta t = 0,1s$ $v_4 = 3,61m.s^{-1}$

و لدينا $a_4 = 10 - \frac{2}{3}.v_4$ ت.ع: $a_4 = 7,59m.s^{-2}$