المجمع التربوي علال عواد **الامتحان التجريبي الموحد للبكالوريا** **الأستاذ: م. ادير**

المـــــــادة:	**الرياضيات**	**المعامل:**	**9**
الشعـــبة:	**شعبة العلوم الرياضية ا و ب** **1/3**	**مدة الإنجاز:**	**4س**

س-ت

التمرين الأول : (4 ن)

نذكر أن $\left(M_2(IR),+,\cdot\right)$ فضاء متجهي حقيقي .ونعتبر المصفوفة $A=\begin{pmatrix} a & a^2-a+1 \\ -1 & 1-a \end{pmatrix}$ حيث $a\in\mathbb{R}$ ونضع المجموعة : $F=\{xI+yA \ / \ (x,y)\in\mathbb{R}\}$ حيث $I=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

0,25 1- بين أن : $(F,+,\cdot)$ فضاء متجهي حقيقي.

0,25 2- بين أن الأسرة (I,A) اساس ل F .

0,25 3- أ- تحقق من أن : $A^2=A-I$

0,25 ب – استنتج أن المصفوفة A تقبل مقلوبا و أن $A^{-1}\in F$

0,25 4- أ- بين أن F جزء مستقر من $\left(M_2(IR),\times\right)$.

0,5 ب – بين أن $(F,+,\times)$ حلقة واحدية تبادلية .

0,25 5- أ – بين أن : $\forall(x,y)\in\mathbb{R}^2,\quad x^2+xy+y^2=0\Leftrightarrow(x=y=0)$

0,5 ب – بين أن كل عنصر M من F مخالف للمصفوفة المنعدمة يقبل مقلوبا M^{-1} محددا زوج إحداثيتي M^{-1} بالنسبة للأساس (I,A).

0,5 ج – حدد بنية $(F,+,\times)$.

6- نعتبر في F المعادلة : $X^3=-I \quad (1)$

1 أ- تحقق من أن A حل للمعادلة (1). ثم حل في F المعادلة (1).

التمرين الثاني : BAC 2004 (2,75 ن)

0,5 1- حل في $\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$ المعادلة $3x-2y=1 \quad : \quad (E)$.

2- ليكن $n\in\mathbb{N}$

0,25 أ- بين أن: $(14n+3,21n+4)$ حل للمعادلة (E)

0,25 ب- استنتج أن العددين $(14n+3)$ و $(21n+4)$ أوليان فيما بينهما.

3- ليكن d القاسم المشترك الأكبر للعددين $(2n+1)$ و $(21n+4)$.

0,25 أ- بين أن : $d=1$ أو $d=13$.

0, 5 ب- بين أن : $d=13\Leftrightarrow n\equiv 6[13]$

4- من أجل كل عدد صحيح طبيعي n بحيث $n\geq 2$ نضع :

$A=21n^2-17n-4$ و $B=28n^3-8n^2-17n-3$

0,5 أ- بين أن العددين A و B قابلين للقسمة على $(n-1)$ في المجموعة $\mathbb{Z}$.

0,5 ب- حدد حسب قيم n القاسم المشترك الأكبر ل A و B .

المعامل:	9	المـــــــادة:	الرياضيات
مدة الإنجاز:	4س	الشعـــبة:	شعبة العلوم الرياضية ا و ب

2/3

التمرين الثالث : (3.25 ن)

I-- نعتبر في $\mathbb{C}$ المعادلة: $(E_a): 2z^2 + a(1-i)z + a^2(1-i)$

0,25 1- أحسب $(a+3ia)^2$.

0,5 2- حدد z_1 و z_2 حلي المعادلة (E_a).

0,5 3- حدد معيار وعمدة z_1 و z_2 بدلالة معيار و عمدة a .

II—في المستوى (P) المنسوب الى معلم متعامد ممنظم و مباشر $(O,\vec{u},\vec{v})$. نعتبر النقطتين A و B اللتين لحقيهما على التوالي a و ia .

0,25 1 - بين أن المثلث OAB قائم الزاوية و متساوي الساقين .

2 - ليكن التطبيق F الذي يربط كل نقطة $M(z)$ بالنقطة $M'(z')$ بحيث : $z' = (1+i)z - ia$

0,5 أ - نفترض أن $M \neq A$

بين أن $AM' = \sqrt{2}AM$ و حدد قياسا للزاوية الموجهة $(\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{AM'})$

0,5 ب - لتكن (C) الدائرة التي مركزها A و شعاعها $\sqrt{2}$.

بين أن صورة (C) بالتطبيق F هي دائرة (C') محددا مركزها و شعاعها .

0,75 ج – نعتبر الدوران r الذي مركزه A و زاويته $\frac{-\pi}{4}$ و التطبيق h حيث $h = r \circ F$.

حدد الصيغة العقدية للتطبيق h و استنتج طبيعته و حدد عناصره المميزة

مسألة : (10 ن)

لكل n من $\mathbb{N}^*$ نعتبر الدالة العددية f_n المعرفة على $]-\infty,1[\cup]1,+\infty[$ بما يلي :

$$\forall x \in]-\infty,1[\cup]1,+\infty[\quad ; \quad f_n(x) = \frac{e^{1-nx}}{x-1}$$

الجزء الأول

0,5 1- أ- احسب نهايات f_1 عند محدات D_{f_1}

0,5 ب – ادرس الفروع اللانهائية لمنحنى الدالة f_1

0,25 2- أ- احسب $f_1'(x)$ لكل x من D_{f_1}

0,25 ب – ضع جدول تغيرات الدالة f_1

0,5 3- أ- بين أن المعادلة $f_1(x) = 1$ تقبل حلا وحيدا α_1 و أن $\alpha_1 \in \left]\frac{3}{2},2\right[$.

0,25 ب- بين أن : $\alpha_1 = 1 + e^{1-\alpha_1}$

0,5 4- انشئ (Cf_1) في معلم متعامد ممنظم .

المعامل:	9	المـــــــادة:	الرياضيات
مدة الإنجاز:	4س	الشعـــبة:	شعبة العلوم الرياضية ا و ب

3/3

الجزء الثاني

1- ادرس تغيرات الدالة f_n و ضع جدول تغيراتها. 0,75

2- بين أن المعادلة $f_n(x)=1$ تقبل حلا وحيدا α_n و أن $\alpha_n > 1$. 0,5

3- أ- ادرس إشارة $f_{n+1}(x)-f_n(x)$ على المجال $]1,+\infty[$. 0,25

ب- بين أن المتتالية $(\alpha_n)_n$ تناقصية . 0,5

ج- استنتج أن المتتالية $(\alpha_n)_n$ متقاربة و حدد نهايتها . 0,5

الجزء الثالث

نعتبر الدالة العددية F المعرفة على $]0,+\infty[$ بما يلي : $\begin{cases} F(x)=\int_{x^2+1}^{4x^2+1} f_1(t)dt \;\; ; \;\; x>0 \\ F(0)=2\ln 2 \end{cases}$

1- أ- بين أن : $\forall x>0 \;\; , \;\; F(x)=\int_{x^2}^{4x^2} \frac{e^{-t}}{t}dt$ 0,25

ب- بين أن : $\forall t \geq 0, \;\; -t \leq e^{-t}-1 \leq 0$ 0,25

ج- استنتج أن : $\forall x>0 \;\; , \;\; -3x^2 \leq F(x)-2\ln 2 \leq 0$ 0,25

د- بين أن F متصلة و قابلة للإشتقاق على يمين الصفر. 0,5

2- أ- بين أن : $\forall x \geq 1 \;\; , \;\; F(x) \leq e^{-x^2}-e^{-4x^2}$ 0,5

ب- احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} F(x)$. 0,25

3- أ- بين أن F قابلة للإشتقاق على $]0,+\infty[$ و أن : $\forall x \geq 0 \;\; , \;\; F'(x)=\frac{2(e^{-3x^2}-1)}{xe^{x^2}}$ 0,5

ب- ضع جدول تغيرات الدالة F 0,5

ج- انشئ منحنى الدالة F في معلم متعامد ممنظم . 0,5

4- نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n\geq 1}$ المعرفة بما يلي : $\forall n \in \mathbb{N}^*, u_n=\int_{\frac{1}{n}}^{\frac{4}{n}} e^{-t}\ln(t)dt$

أ- باستعمال مكاملة بالأجزاء بين أن : 0,75

$$\forall n \in \mathbb{N}^*, u_n=F(\frac{\sqrt{n}}{n})-e^{\frac{-4}{n}}\ln 4+(e^{\frac{-4}{n}}-e^{\frac{-1}{n}})\ln(n)$$

ب- احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$. 0,5