

التمرين الأول نعتبر العبارتين P و Q حيث

$$P : (\forall x \in \mathbb{R}) \quad x^2 \geq \frac{1}{4} \quad \text{أو} \quad x \notin [-2; 2]$$

$$Q : (\forall x \in \mathbb{R}) \quad (\exists y \in \mathbb{R}^*) \quad / \quad x = \frac{2y+1}{y}$$

(1) حدد نفي كل من P و Q (2) حدد حقيقة كل من P و Q علل جوابك

التمرين الثاني 1- بين أن $\forall (x; y) \in (\mathbb{R}^+)^2 : \sqrt{x} + \sqrt{y} = \frac{x+y+2}{2} \Leftrightarrow x=1 \text{ و } y=1$

2- أ- بين بفصل الحالات أن $(\forall x \in \mathbb{R}) : x + \sqrt{x^2+1} > 0$

ب- بين أن $\forall (x; y) \in (\mathbb{R})^2 \quad x \neq y \Rightarrow x + \sqrt{x^2+1} = y + \sqrt{y^2+1}$

3- بين بالخلف أن $(\forall n \in \mathbb{N}) : \sqrt{4n^2+8n+3} \notin \mathbb{N}$

4- أ- بين بالترجع أن عدد زوجي $3^{n-1} + 5^n$ $(\forall n \in \mathbb{N}^*)$

ب- بالترجع استنتج أن $(\forall n \in \mathbb{N}^*) \quad 1 + 2 \times 3^{n-1} + 5^n$ يقبل القسمة على 8

التمرين الثالث A و B و C أجزاء من مجموعة E

1- بسط $A \cap \bar{B} \cap \bar{C} \cap (B \cup C)$ و $[(A \cap \bar{B}) \cap (A \cap \bar{C})] \cup A$

2- بين أن $A \cup B \subset A \cup C$ و $A \cap B \subset A \cup C \Rightarrow B \subset C$

التمرين الرابع نعتبر المجموعات التالية $A = \left\{ \frac{8k}{2k+1} : k \in \mathbb{Z} \right\}$ و $B = \{2k : k \in \mathbb{Z}\}$ و $C = \{2k+1 : k \in \mathbb{Z}\}$

1- بين أن $16 \notin A$ 2- $A \cap C = \emptyset$ 3- بين أن $A \cap \mathbb{Z} = A \cap B$ 4- حدد بتفصيل $A \cap \mathbb{Z}$

التمرين الخامس $E = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 ; x^2 + y^2 - (x+y) = -\frac{1}{4} \right\}$ و $F = [0, 1] \times [0, 1]$

1- تحقق أن $E \neq \emptyset$ 2- بين أن $E \subset F$ 3- هل $F \subset E$ علل جوابك