الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
الدورة الاستدراكية 2012
الموضوع

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية
المركز الوطني للتقويم والامتحانات

المادة	الرياضيات www.riyadiyat.net	RS24	المعامل	9
الشعب(ة) أو المسلك	شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب)		مدة الإنجاز	4

- مدة إنجاز الموضوع هي أربع (4) ساعات.
- يتكون الموضوع من خمسة تمارين مستقلة فيما بينها .
- يمكن إنجاز التمارين حسب الترتيب الذي يرغب فيه المترشح.

- التمرين الأول يتعلق بالبنيات الجبرية....................(3.5ن)
- التمرين الثاني يتعلق بالأعداد العقدية......................(3.5ن)
- التمرين الثالث يتعلق بالحسابيات..........................(3ن)
- التمرين الرابع يتعلق بالتحليل............................(7.5ن)
- التمرين الخامس يتعلق بالتحليل.........................(2.5ن)

يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة

لا يسمح باستعمال اللون الأحمر بورقة التحرير

2) نفترض أن $\frac{\omega-a}{\omega-b}=e^{i\frac{2\pi}{3}}$

0.25 أ- بين أن $APQB$ متوازي الأضلاع .

0.75 ب- بين أن: $\arg\left(\frac{b-a}{p-a}\right)\equiv\frac{\pi}{2}\,[2\pi]$ واستنتج أن الرباعي $APQB$ مستطيل .

التمرين الثالث:(3 نقطة)

0.25 1) أ- تحقق أن 503 عدد أولي .

0.75 ب- بين ان $7^{502}\equiv 1\,[503]$ ثم استنتج أن $7^{2008}\equiv 1\,[503]$

2) نعتبر في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة $(E): 49x-6y=1$

0.5 علما أن الزوج $(1,8)$ حل خاص للمعادلة (E) ،حل في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة (E) مبرزا مراحل الحل .

3) نضع : $N=1+7+7^2+....+7^{2007}$

0.25 أ- بين أن الزوج $(7^{2006},N)$ حل للمعادلة (E)

1 ب- بين أن $N\equiv 0[4]$ و $N\equiv 0[503]$

0.25 ج- استنتج أن N يقبل القسمة على 2012

التمرين الرابع:(7.5 نقطة)

I- لتكن g الدالة العددية المعرفة على $[0,+\infty[$ بما يلي : $g(x)=\ln(1+x)-\frac{x}{1+x}$

0.5 1) ادرس تغيرات الدالة g على المجال $[0,+\infty[$

0.5 2) استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $[0,+\infty[$

II- لتكن f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي : $f(x)=e^x\ln(1+e^{-x})$

1 1) بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=1$ و $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=0$

0.5 2) بين أنه لكل عدد حقيقي x لدينا : $f'(x)=e^xg(e^{-x})$

0.5 3) ضع جدول تغيرات الدالة f

1 4) أنشئ (C) المنحنى الممثل للدالة f و (C') المنحنى الممثل للدالة $(-f)$ في نفس المعلم $(O;\vec{i},\vec{j})$ (نقبل أن $-0,7$ قيمة مقربة لأفصول نقطة الانعطاف الوحيدة للمنحنى (C))

0.75 5) بين أن لكل x من $[-1,0]$ لدينا : $0<f'(x)\le g(e)$

0.75 6) بين أن المعادلة $f(x)+x=0$ تقبل حلا وحيدا α في $\mathbb{R}$ وأن $-1<\alpha<0$

7) نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المعرفة بما يلي : $u_0=0$ و $u_{n+1}=-f(u_n)$ لكل n من $\mathbb{N}$

0.5 أ- بين أن : $(\forall n\in\mathbb{N})\,;\; -1\le u_n\le 0$

0.75 ب- بين أن : $(\forall n\in\mathbb{N})\,;|u_{n+1}-\alpha|\le g(e)|u_n-\alpha|$

0.5 ج - استنتج أن : $(\forall n\in\mathbb{N})\,;\,|u_n-\alpha|\le(g(e))^n$

0.25 د- علما أن $g(e)<0,6$ احسب $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$

التمرين الأول :(3.5 نقطة) الجزءان I وII مستقلان

I- لكل a و b من المجال $I=[1,+\infty[$ نضع: $a\perp b=(\sqrt{a}+\sqrt{b}-1)^2$

1) بين أن $\perp$ قانون تركيب داخلي في I — 0.5

2) بين أن القانون $\perp$ تبادلي و تجميعي في I — 0.5

3) بين أن $(I,\perp)$ يقبل عنصرا محايدا المطلوب تحديده. — 0.25

II- نذكر أن $(M_2(\mathbb{R}),+,\times)$ حلقة واحدية.

لتكن $E=\left\{M(x)=\begin{pmatrix} x & 2(x-1)\\ 0 & 1\end{pmatrix} / \ x\in\mathbb{R}^*\right\}$

1) بين أن E جزء مستقر من $(M_2(\mathbb{R}),\times)$ — 0.5

2) نعتبر التطبيق $\begin{array}{rl}\varphi: & \mathbb{R}^*\to E\\ & x\mapsto M(x)\end{array}$

أ- بين أن φ تشاكل تقابلي من $(\mathbb{R}^*,\times)$ نحو $(E,\times)$ — 0.5

ب- استنتج بنية $(E,\times)$ — 0.5

ج- بين ان المجموعة $H=\left\{\begin{pmatrix} 2^n & 2^{n+1}-2\\ 0 & 1\end{pmatrix} / \ n\in\mathbb{Z}\right\}$ زمرة جزئية من $(E,\times)$ — 0.75

التمرين الثاني :(3.5 نقطة) الجزءان I و II مستقلان

المستوى العقدي منسوب إلى معلم متعامد ممنظم و مباشر $(O;\vec{u},\vec{v})$

I- نعتبر في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلة $(E): z^2-4\left(1+\frac{2}{3}i\right)z+\frac{5}{3}+4i=0$

1) أ- تحقق أن العدد $z_1=1+\frac{2}{3}i$ حل للمعادلة (E) — 0.5

ب- بين أن الحل الثاني للمعادلة (E) هو $z_2=3z_1$ — 0.25

2) ليكن θ عمدة للعدد z_1

اكتب بدلالة θ الشكل المثلثي للعدد العقدي $\frac{5}{3}+4i$ — 0.5

II- نعتبر ثلاث نقط A و B و Ω مختلفة مثنى مثنى ألحاقها على التوالي هي a و b و ω

ليكن r الدوران الذي مركزه Ω وزاويته $\frac{\pi}{3}$ نضع $P=r(A)$ و $B=r(Q)$

ليكن العدد العقدي p لحق النقطة P و العدد العقدي q لحق النقطة Q

1) أ- بين أن : $p=\omega+e^{i\frac{\pi}{3}}(a-\omega)$ و $q=\omega+e^{-i\frac{\pi}{3}}(b-\omega)$ — 0.5

ب- بين أن : $\dfrac{1-e^{i\frac{\pi}{3}}}{1-e^{-i\frac{\pi}{3}}}=e^{i\frac{4\pi}{3}}$ — 0.25

ج- بين أن : $\dfrac{p-a}{q-b}=\dfrac{\omega-a}{\omega-b}e^{i\frac{4\pi}{3}}$ — 0.5

التمرين الخامس: (2.5 نقطة)

نعتبر الدالة العددية F المعرفة على $]0,+\infty[$ بما يلي : $F(x)=\int_{\frac{1}{x}}^{x}\frac{\ln t}{1+t^2}dt$

1) احسب $F(1)$ — 0.25

2) أ- بين أن الدالة F قابلة للاشتقاق على $]0,+\infty[$ واحسب $F'(x)$ — 0.75

ب- استنتج أن لكل x من المجال $]0,+\infty[$ لدينا: $F(x)=0$ — 0.5

3) باستعمال مكاملة بالأجزاء بين أن لكل x من $]0,+\infty[$ لدينا : — 0.5

$$F(x)=\left(Arctan x+Arctan\frac{1}{x}\right)\ln x-\int_{\frac{1}{x}}^{x}\frac{Arctan\, t}{t}dt$$

4) بين أن : $(\forall x>0)\ ;\ Arc\tan\frac{1}{x}=\frac{\pi}{2}-Arc\tan x$ — 0.25

5) استنتج أن : $(\forall x>0)\ ;\ \ln x=\frac{2}{\pi}\int_{\frac{1}{x}}^{x}\frac{Arc\tan t}{t}dt$ — 0.25

انتهى الموضوع