# التعداد و حساب الاحتمالات



**مبدأ التعداد ( مبدأ الجداء):**

إذا كانت وضعية تعدادية تستوجب $p$ اختيار $C_1$ و $C_2$ و ... و $C_p$ بحيث كلّ اختيار $C_i$ يتمّ ب $n_i$ كيفية مختلفة.
فإنّ عدد الإمكانيات لهذه الوضعية التعدادية هو: $n_1 \times n_2 \times ... \times n_p$ .

$$n \in \mathbb{N}^* \quad p \le n$$
$$n! = n \times (n-1) \times ... \times 2 \times 1$$
$$A_n^p = n \times (n-1) \times ... \times (n-p+1) = \frac{n!}{(n-p)!}$$
$$C_n^p = \frac{A_n^p}{p!} = \frac{n \times (n-1) \times ... \times (n-p+1)}{1 \times 2 \times ... \times p} = \frac{n!}{p!(n-p)!}$$

$$0! = 1! = 1$$
$$A_n^n = A_n^{n-1} = n!$$
$$A_n^0 = C_n^0 = C_n^n = 1$$
$$A_n^1 = C_n^1 = C_n^{n-1} = n$$
$$C_n^{n-p} = C_n^p$$
$$C_n^p + C_n^{p+1} = C_{n+1}^{p+1}$$

عندما يكون السحب بتتابع و دون إحلال فإنّنا نستعمل عدد التّرتيبات دون تكرار

عندما يكون السحب بتتابع و بإحلال فإنّنا نستعمل عدد التّرتيبات بتكرار

عندما يكون السحب في آن واحد ( تآنياً) فإنّنا نستعمل عدد التأليفات

$n \in \mathbb{N}^*$ و $p \in \mathbb{N}^*$ و $p \le n$ .

كلّ ترتيب ل $p$ عنصر من بين $n$ عنصر ( مع إمكانية تكرار العناصر ) تسمّى **ترتيبة بتكرار** ل $p$ من بين $n$ .
كلّ ترتيب ل $p$ عنصر من بين $n$ عنصر ( مع عدم تكرار العناصر ) تسمّى **ترتيبة دون تكرار** ل $p$ من بين $n$ .
كلّ ترتيب ل $n$ عنصر من بين $n$ عنصر ( مع عدم تكرار نفس العناصر ) تسمّى تسمّى **تبديلة ل** $n$ عنصر.
كلّ جزء مكوّن من $p$ عنصر ضمن مجموعة مكوّنة من $n$ عنصر يسمّى تأليفة ل $p$ من $n$ .

عدد الترتيبات بتكرار ل $p$ من $n$ هو: $n^p$

عدد الترتيبات دون تكرار ل $p$ من $n$ هو: $A_n^p$

عدد التبديلات ل $n$ عنصر هو: $n!$

عدد التأليفات ل $p$ من $n$ هو: $C_n^p$

**رئيسي** مجموعة منتهية $E$ هو عدد عناصرها و نرمز له ب $card\ E$
**تجربة عشوائية:** كلّ تجربة معلومة النتائج و لا يمكن مسبقاً أن نتوقّع أيّها سيتحقّق.
المجموعة المكوّنة من جميع النّتائج الممكنة تسمى **كون الإمكانيات** و نرمز لها ب $\Omega$ .

كلّ جزء $A$ من $\Omega$ يسمّى **حدث**
كلّ حدث مكوّن من عنصر وحيد يسمّى **حدث ابتدائي**
$\Omega$ حدث **أكيد** $\varnothing$ حدث **مستحيل**

$$A \cup \overline{A} = \Omega$$
$$A \cap \overline{A} = \varnothing$$

$A \cap B$ **تقاطع** الحدثين $A$ و $B$ ( الحدثان $A$ و $B$ محقّقان معاً )
$A \cup B$ **اتحاد** الحدثين $A$ و $B$ ( الحدثان $A$ أو $B$ محقّقان )
$\overline{A}$ الحدث **المضاد** للحدث $A$ .
$A$ و $B$ **غير منسجمان** إذا كان $A \cap B = \varnothing$ ( منفصلان )

$$p(\Omega) = 1 \quad \text{و} \quad p(\varnothing) = 0$$
لكلّ حدث $A$ لدينا: $0 \le p(A) \le 1$ .
$$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$$
$$p(\overline{A}) = 1 - p(A)$$

الأحداث $A_1$ و $A_2$ و... و $A_n$ تشكّل **تجزيء** ل $\Omega$ إذا كانت منفصلة مثنى مثنى و اتحادها هو $\Omega$ .

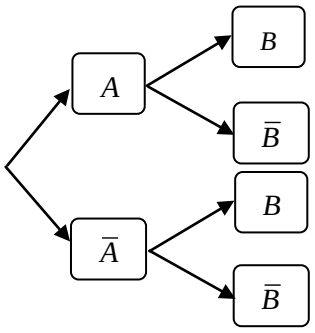
**الاستقلالية:** $A$ و $B$ مستقلان إذا كان: $p(A \cap B) = p(A) \times p(B)$ .

**فرضية تساوي الاحتمال:** إذا كانت الأحداث الابتدائية متساوية الاحتمال؛ و في هذه الحالة: $p(A) = \frac{card\ A}{card\ \Omega}$ .

**الاحتمال الشرطي:** احتمال الحدث $A$ علماً أنّ الحدث $B$ محقّق هو: $p_B(A) = p(A/B) = \frac{p(A \cap B)}{p(B)}$

**الاحتمال الكلي:** $A$ حدث بحيث $0 < p(A) < 1$ : $p(B) = p(B \cap A) + p(B \cap \overline{A}) = p(A) \cdot p_A(B) + p(\overline{A}) \cdot p_{\overline{A}}(B)$

**الاختبارات المتكرّرة:** $A$ حدث احتماله $p$ في اختبار عشوائي؛ إذا أعيد الاختبار $n$ مرّة ( باستقلالية )
فإن احتمال وقوع الحدث $A$ بالضبط $k$ مرّة هو: $C_n^k \times (p^k) \times (1-p)^{n-k}$ .



الـشـجـرة

**متغير عشوائي:** كلّ دالة $X$ من $\Omega$ نحو $\mathbb{R}$ .
قِيَم $X$ الممكنة $X(\Omega) = \{x_1, x_2, ..., x_n\}$ .
تحديد قانون احتمال $X$ هو حساب
احتمال جميع الأحداث $X = x_i$
يعني حساب $p(X = x_i)$
حيث: $i \in \{1, 2, ..., n\}$ .

**الأمل الرياضي:** $E(X) = \sum_{i=1}^{i=n} x_i \cdot p_i$

**المغايرة:** $V(X) = \sum_{i=1}^{i=n} (x_i - E(X))^2 p_i$
$$V(X) = E(X^2) - (E(X))^2$$
$$= (\sum_{i=1}^{i=n} x_i^2 p_i) - (E(X))^2$$

**الانحراف الطّرازي:** $\sigma(X) = \sqrt{V(X)}$

**القانون الحدّاني:** ليكن $p$ احتمال حدث $A$ في تجربة عشوائية.
نعيد هذه التّجربة $n$ مرّة بشكل مستقلّ.
المتغيّر العشوائي $X$ المرتبط بعدد المرّات التي يتحقّق فيها $A$ يسمّى توزيع حدّاني وسيطاه $n$ و $p$ .

$$\forall k \in \{1, 2, ..., n\} : p(X = k) = C_n^k \times p^k \times (1-p)^{n-k}$$
$$E(X) = n \times p \quad \text{و} \quad V(X) = n \times p \times (1-p)$$