المعامل: 9 مدة الانجاز : 4 ساعات السنة الدراسية:2009-2010	**الامتحان التجريبي** المادة : الرياضيات المستوى: الثاني من سلك البكالوريا الشعبة : العلوم الرياضية أ و ب	المملكة المغربية وزارة التربية الوطنية والتعليم العالي وتكوين الأطر والبحث العلمي قطاع التربية الوطنية الأكاديمية الجهوية للتربية والتكوين جهة تازة-الحسيمة ثا نوية ابن الياسمين

التمـرين الأول (4نقط)

نعتبر المعادلة : $(E):z^3-4iz^2-(6+i)z+3i-1=0$	
1) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة (E) علما انهاتقبل حلا تخيليا صرفا z_0 , نسمي z_1 و z_2 الحلين الآخرين بحيث $\operatorname{Re}(z_1)=-1$	1,5
2)نعتبر في المستوى العقدي المنسوب الى معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{u},\vec{v})$ النقط $M_0(z_0),M_1(z_1)$ و $M_2(z_2)$.	0,5
بين أن النقط $M_0(z_0)$, $M_1(z_1)$, $M_2(z_2)$, $M_3(z_0+z_1+z_2)$ متداورة .	
3)لتكن N النقطة التي لحقها $-\sqrt{2}+i$.	0,5
أ)بين أنه يوجد تحاكي H وحيد في المستوى مركزه M_0 يحول M_1 الى N محددا نسبته .	0,5
ب)بين أنه يوجد دوران R وحيد في المستوى مركزه M_0 يحول N الى M_2 محددا قياس زاويته .	0,5
جـ)جدد الصيغة العقدية لـ $H\circ R$.	
د)لتكن (E) مجموعة النقط $M(z)$ بحيث : $\lvert z-i\rvert=1$. حدد صورة (E) بالتحويل $H\circ R$.	0,5

التمـــرين الثاني (3نقط)

1)نعتبر في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة : $(E):195x-232y=1$	
أ) حدد القاسم المشترك الأكبر للعددين 195 و 232 .	0,25
ب)بين أن مجموعة حلول المعادلة (E) هي $S=\{(163+232k;137+195k)/k\in\mathbb{Z}\}$	0,5 0,25
جـ)أوجد العدد الصحيح الطبيعي d الوحيد الذي يحقق $0\le d\le 232$ و $195d\equiv 1[232]$	0,5
2) بين أن 233 عدد أولي .	
3) لتكن A مجموعة الأعداد الصحيحة الطبيعية المحصورة بين 0 و 232 .	0,5
نعتبر التطبيق f من A نحو A المعرف بما يلي : مهما يكن a من A فان $f(a)$ هو باقي القسمة الأقليدية للعدد a^{195} على العدد 233 .	0,5
أ)بين أن $a^{232}\equiv 1[233]$ $(\forall a\in A\setminus\{0\})$ يمكن استعمال مبرهنة $Fermat$.	0,25 0,25
ب)بين أنه لكـل عنصرين a و b من المجموعة A . اذا كان $f(a)=f(b)$ فان $a=b$	
جـ)ليكن a و b عنصرين من المجموعة A بحيث $f(a)=b$. حدد a بدلالة b .	

د)استنتج أن التطبيق f تقابل ثم حدد تقابله العكسي f^{-1} .	
التمــرين الثالث (4نقط)	0,5
نضع : $J=\begin{pmatrix} 0 & b \\ a & 0 \end{pmatrix}$ حيث $(a,b)\in \mathbb{R}\times\mathbb{R}^*$ و I وحدة الحلقة $\left(M_2(\mathbb{R}),+\times\right)$	0,5
نعتبر المجموعة : $A=\left\{M\in M_2(\mathbb{R}) / M\times J=J\times M\right\}$	0,5
1)بين أن $(A,+,\times)$ حلقة واحدية .	
2)احسب J^2 , واستنتج أنه اذا كان $ab\geq 0$ فان $(A,+,\times)$ حلقة غير كاملة .	
3)نفترض في هذا السؤال أن $ab<0$ ونضع $\sigma=i\sqrt{-a/b}$.	0,25
أ)بين أن : $\left(\forall M\in M_2(\mathbb{R})\right)\left(M\in A\Leftrightarrow \exists!(x,y)\in\mathbb{R}^2, M=\begin{pmatrix} x & y \\ \frac{a}{b}y & x \end{pmatrix}\right)$	0,75
نضع في كل ما يلي $M(x,y)=\begin{pmatrix} x & y \\ \frac{a}{b}y & x \end{pmatrix}$ لكـل (x,y) من $\mathbb{R}^2$.	0,5
ب) بين أن : $z=x+\sigma y$ $\left(\forall z\in\mathbb{C}^*\right)\left(\exists(x,y)\in\mathbb{R}^2\setminus\{(0,0)\}\right)$	0,5
جـ) بين أن التطبيق : $\varphi:\begin{cases}(\mathbb{C}^*,\times)\to(A,\times) \\ z\to M\left(\mathrm{Re}(z),\dfrac{\mathrm{Im}(z)}{\mathrm{Im}(\sigma)}\right)\end{cases}$ تشاكل تبايني	0,5
واستنتج بنية $\left(A\setminus\left\{O_{M_2(\mathbb{R})}\right\},\times\right)$.	
4)بين أن : $ab<0 \Leftrightarrow (A,+\times)$جسم .	
5)نفترض في هذا السؤال أن $ab<0$.	
أ) احسب $\left(M(x,y)\right)^{-1}$ لكل (x,y) من $\mathbb{R}^2\setminus\{(0,0)\}$.	0,5
ب) احسب J^n لكل n من $\mathbb{N}^*$.	0 ,5
التمــرين الرابع (9تقط)	0,75
نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة بما يلي : $f(x)=\ln\left(\sqrt{x^2+1}+x\right)$	0,75
ليكن (C_f) منحنى الدالة f في المستوى المنسوب الى المعلم المتعامد الممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$ بحيث	1
$\\|\vec{i}\\|=2cm$	
الجزء A	
1)تحقق أن $D_f=\mathbb{R}$ ثم ادرس زوجية الدالة f .	0,5
2)احسب النهايات التالية : $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x}$. ماذا تستنتج ؟ .	
3)تحقق أن $(\forall x\in\mathbb{R}) : f'(x)=\dfrac{1}{\sqrt{1+x^2}}$ ثم ادرس تقعر المنحنى (C_f) .	0,25
4)بين أن f تقابل من $\mathbb{R}$ نحو $\mathbb{R}$ ثم حدد $f^{-1}(x)$ لكل x من $\mathbb{R}$.	0,25

5) حدد معادلة المماس (T) للمنحنى $\left(C_f\right)$ في النقطة O ثم انشئ (T) و $\left(C_f\right)$ و $\left(C_{f^{-1}}\right)$.

0,5 6)احسب مساحة حيز المستوى المحصور بالمنحنيين $\left(C_f\right)$ و $\left(C_{f^{-1}}\right)$ والمستقيمين $x=0$ و $x=1$.

0,25 الجزء B

) لكل n من $\mathbb{N}^*$ نضع $a_n=\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+2}+\cdots+\frac{1}{2n}$.

أ)تحقق أن : $\left(\forall n\in\mathbb{N}^*\right)\ a_n=\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{k=n}\frac{1}{1+\frac{k}{n}}$.

ب)استنتج أن $\left(a_n\right)_{n\in\mathbb{N}^*}$ متتالية متقاربة وأن $\lim_{n\to+\infty}a_n=\ln 2$.

0,5

0,25 2) نضع : $\left(\forall n\in\mathbb{N}^*\right)\ b_n=f\left(\frac{1}{n+1}\right)+f\left(\frac{1}{n+2}\right)+\cdots+f\left(\frac{1}{2n}\right)$.

0,5

0,75 أ)بين أن $(\forall t>0):1-\frac{1}{2}t^2\le\frac{1}{\sqrt{t^2+1}}\le 1$ ثم استنتج أن $(\forall t>0):\ t-\frac{1}{6}t^3\le f(t)\le t$.

0,75

0,5

0,5 ب)استنتج أن : $\left(\forall n\in\mathbb{N}^*\right)\ a_n\left(1-\frac{1}{6n^2}\right)\le b_n\le a_n$ ثم احسب $\lim_{n\to+\infty}b_n$

الجزء C

نعتبر الدالة F المعرفة بما يلي :

$$\begin{cases}F(x)=\int_x^{2x}\frac{f(t)}{t^2}dt\ ,\ x\neq 0\\ F(0)=\ln 2\end{cases}$$

1)بين أن : $D_F=\mathbb{R}$ ثم بين أن F دالة زوجية .

2) بين أن : $\forall x>0:\ln(2)-\frac{1}{4}x^2\le F(x)\le\ln(2)$ با ستعمال $(\forall t>0):\ t-\frac{1}{6}t^3\le f(t)\le t$

3) استنتج أن F متصلة وقابلة للاشتقاق في 0 .

4)بين أن : $\forall x>0:\frac{f(x)}{2x}\le F(x)\le\frac{f(2x)}{2x}$ ثم احسب $\lim_{x\to+\infty}F(x)$.

5)بين أن F قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ وأن $\forall x>0:\ F'(x)=\frac{f(2x)-2f(x)}{2x^2}$.

6) بين أن : $\forall x>0:f(2x)-2f(x)<0$ (لاحظ أن f' تناقصية على $\mathbb{R}^+$)

7) انشئ $\left(C_F\right)$