



الصفحة

3

1

# الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا

## الدورة العادية 2012

### الموضوع

المملكة المغربية

وزارة التربية الوطنية  
المركز الوطني للتقويم والامتحانات

7	المعامل	NS22	الرياضيات	المادة
3	مدة الإجازة		شعبة العلوم التجريبية بمسالكها وشعبة العلوم والتكنولوجيات بمسلكها	الشعبة أو المسلك

### معلومات عامة

[www.riyadiyat.net](http://www.riyadiyat.net)

- يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة ؛

- مدة إنجاز موضوع الامتحان : 3 ساعات ؛

- عدد الصفحات : 3 صفحات ( الصفحة الأولى تتضمن معلومات والصفحتان المتبقيتان تتضمنان تمارين الامتحان )؛

- يمكن للمرشح إنجاز تمارين الامتحان حسب الترتيب الذي يناسبه ؛

- في حالة عدم تمكن المرشح من الإجابة عن سؤال ما ، يمكنه استعمال نتيجة هذا السؤال لمعالجة الأسئلة الموالية ؛

- ينبغي تفادي استعمال اللون الأحمر عند تحرير الأجوبة ؛

- بالرغم من تكرار بعض الرموز في أكثر من تمرين ، فكل رمز مرتبط بالتمرين المستعمل فيه

[www.riyadiyat.net](http://www.riyadiyat.net)

ولا علاقة له بالتمارين السابقة أو اللاحقة .

### معلومات خاصة

يتكون الموضوع من خمسة تمارين مستقلة فيما بينها و تتوزع حسب المجالات كما يلي :

التمرين	المجال	النقطة الممنوحة
التمرين الأول	الهندسة الفضائية	3 نقط
التمرين الثاني	الأعداد العقدية	3 نقط
التمرين الثالث	حساب الاحتمالات	3 نقط
التمرين الرابع	المتتاليات العددية	3 نقط
التمرين الخامس	دراسة دالة وحساب التكامل	8 نقط

- بالنسبة للتمرين الخامس ،  $\ln$  يرمز لدالة اللوغاريتم النبيري .

[admin@riyadiyat.net](mailto:admin@riyadiyat.net)



## الموضوع

www.riyadiyat.net

## التمرين الأول (3 ن)

نعتبر، في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ، النقط  $A(1,1,-1)$  و  $B(0,1,-2)$

و  $C(3,2,1)$  والفلكة  $(S)$  التي معادلتها :  $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2z - 1 = 0$

(1) بين أن مركز الفلكة  $(S)$  هو النقطة  $\Omega(1,0,1)$  وأن شعاعها هو  $\sqrt{3}$  0.5

(2) أ- بين أن  $\overline{AB} \wedge \overline{AC} = \vec{i} - \vec{k}$  وتحقق من أن  $x - z - 2 = 0$  هي معادلة ديكارتية للمستوى  $(ABC)$  0.75

ب- تحقق من أن  $d(\Omega, (ABC)) = \sqrt{2}$  ثم بين أن المستوى  $(ABC)$  يقطع الفلكة  $(S)$  وفق دائرة  $(\Gamma)$  شعاعها 1

(3) ليكن  $(\Delta)$  المستقيم المار من النقطة  $\Omega$  والعمودي على المستوى  $(ABC)$

أ - بين أن  $\begin{cases} x=1+t \\ y=0 \\ z=1-t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$  تمثيل بارامتري للمستقيم  $(\Delta)$  0.25

ب - بين أن مثلوث إحداثيات  $H$  نقطة تقاطع المستقيم  $(\Delta)$  والمستوى  $(ABC)$  هو  $(2,0,0)$  0.25

ج - استنتج مركز الدائرة  $(\Gamma)$  0.25

## التمرين الثاني (3 ن)

(1) حل في مجموعة الأعداد العقدية  $C$  المعادلة :  $z^2 - 12z + 61 = 0$  0.75

(2) نعتبر، في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر  $(O, \vec{e}_1, \vec{e}_2)$ ، النقط  $A$  و  $B$  و  $C$  التي

الحاقها على التوالي هي  $a$  و  $b$  و  $c$  بحيث :  $a = 6 - 5i$  و  $b = 4 - 2i$  و  $c = 2 + i$

أ- احسب  $\frac{a-c}{b-c}$  واستنتج أن النقط  $A$  و  $B$  و  $C$  مستقيمة . 0.5

ب- نعتبر الإزاحة  $T$  ذات المتجهة  $\vec{u}$  حيث لحق  $\vec{u}$  هو  $1 + 5i$  0.5

تحقق من أن لحق النقطة  $D$  صورة النقطة  $C$  بالإزاحة  $T$  هو  $d = 3 + 6i$

ج- بين أن :  $\frac{d-c}{b-c} = -1 + i$  وأن  $\frac{3\pi}{4}$  عمدة للعدد العقدي  $-1 + i$  0.75

د - استنتج قياسا للزاوية الموجهة  $(\overline{CB}, \overline{CD})$  0.5

## التمرين الثالث (3 ن)

يحتوي كيس على ثماني بیدقات : بیدقة واحدة تحمل العدد 0 وخمس بیدقات تحمل العدد 1 وبيدقتان تحملان العدد 2 (لا يمكن التمييز بين البیدقات باللمس).

نسحب عشوائيا وفي آن واحد ثلاث بیدقات من الكيس .

(1) ليكن  $A$  الحدث : " الحصول على ثلاث بیدقات تحمل أعدادا مختلفة مثني مثني " 1

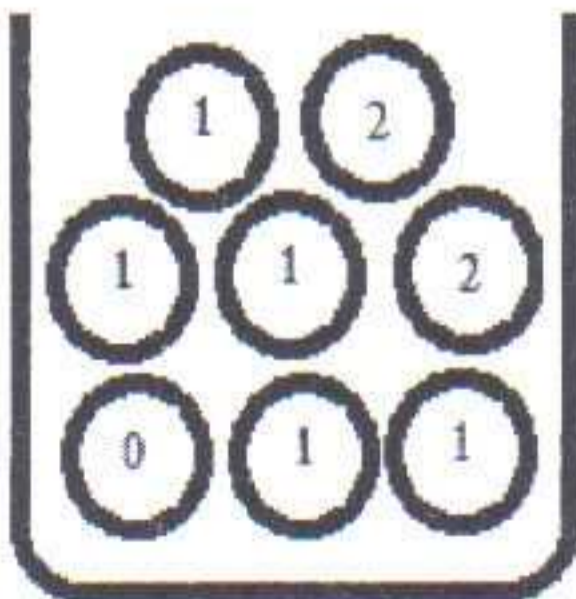
بين أن :  $P(A) = \frac{5}{28}$

(2) ليكن  $B$  الحدث : " مجموع الأعداد التي تحملها البیدقات المسحوبة يساوي 5 " 1

بين أن :  $P(B) = \frac{5}{56}$

(3) ليكن  $C$  الحدث : " مجموع الأعداد التي تحملها البیدقات المسحوبة يساوي 4 " 1

بين أن :  $P(C) = \frac{3}{8}$





## التمرين الرابع (3 ن)

نعتبر المتتالية العددية  $(u_n)$  المعرفة بما يلي :  $u_0 = 11$  و  $u_{n+1} = \frac{10}{11}u_n + \frac{12}{11}$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$

(1) تحقق من أن :  $u_{n+1} - 12 = \frac{10}{11}(u_n - 12)$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$  0.25

(2) أ- بين بالترجع أن :  $u_n < 12$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$  0.5

ب- بين أن المتتالية  $(u_n)$  تزايدية قطعا . 0.5

ج- استنتج أن المتتالية  $(u_n)$  متقاربة . 0.25

(3) لتكن  $(v_n)$  المتتالية العددية بحيث :  $v_n = u_n - 12$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$

أ- باستعمال السؤال (1) بين أن المتتالية  $(v_n)$  هندسية أساسها  $\frac{10}{11}$  ثم اكتب  $v_n$  بدلالة  $n$  0.75

ب- بين أن :  $u_n = 12 - \left(\frac{10}{11}\right)^n$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$  ثم احسب نهاية المتتالية  $(u_n)$  0.75

## التمرين الخامس (8 ن)

(I) لتكن  $g$  الدالة العددية المعرفة على  $]0, +\infty[$  بما يلي :  $g(x) = x^2 - 1 + 2x^2 \ln x$

(1) بين أن  $x^2 - 1$  و  $2x^2 \ln x$  لهما نفس الإشارة على المجال  $]0, 1[$  0.75

ثم استنتج أن  $g(x) \leq 0$  لكل  $x$  من المجال  $]0, 1[$

(2) بين أن  $x^2 - 1$  و  $2x^2 \ln x$  لهما نفس الإشارة على المجال  $]1, +\infty[$  0.75

ثم استنتج أن  $g(x) \geq 0$  لكل  $x$  من المجال  $]1, +\infty[$

(II) نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة على  $]0, +\infty[$  بما يلي :  $f(x) = (x^2 - 1) \ln x$

وليكن  $(C)$  المنحنى الممثل للدالة  $f$  في معلم متعامد منظم  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  (الوحدة  $3\text{ cm}$ ) .

(1) أ- بين أن  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$  وأول هذه النتيجة هندسيا . 0.5

ب- احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  ثم بين أن  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$  (يمكنك كتابة  $\frac{f(x)}{x}$  على الشكل  $\left(\frac{x^2 - 1}{x}\right) \ln x$ ) 1

واستنتج أن المنحنى  $(C)$  يقبل فرعاً شلجيميا بجوار  $+\infty$  يتم تحديد اتجاهه .

(2) أ- بين أن  $f'(x) = \frac{g(x)}{x}$  لكل  $x$  من  $]0, +\infty[$  وأول هندسيا النتيجة  $f'(1) = 0$  1.25

ب- استنتج أن الدالة  $f$  تناقصية على المجال  $]0, 1[$  و تزايدية على المجال  $]1, +\infty[$  0.5

ج- أعط جدول تغيرات الدالة  $f$  على المجال  $]0, +\infty[$  ثم بين أن  $f(x) \geq 0$  لكل  $x$  من  $]0, +\infty[$  0.5

(3) أنشئ المنحنى  $(C)$  في المعلم  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  1

(4) أ- بين أن  $u : x \mapsto \frac{x^3}{3} - x$  دالة أصلية للدالة  $x \mapsto x^2 - 1$  على  $\mathbb{R}$  0.5

ب- باستعمال مكاملة بالأجزاء بين أن :  $\int_1^2 (x^2 - 1) \ln x \, dx = \frac{2}{9}(1 + 3 \ln 2)$  1

ج- احسب ب  $\text{cm}^2$  مساحة حيز المستوى المحصور بين المنحنى  $(C)$  ومحور الأفاصل والمستقيمين اللذين معادلتاهما  $x = 1$  و  $x = 2$  0.25