ثانوية موسى بن نصير نيابة الخميسات	فرض محروس رقم 06 الدورة الثانية: 2009/2008	الثانية بكالوريا علوم رياضية ذ : عبدالله بن لحتير

Durée : 03h

- **التمرين الأول:** $(05pts)$

ليكن θ عددا حقيقيا من المجال $[0;\pi[$.

و نعتبر في $\mathbb{C}$ المعادلة : $(E): 4z^4 + 4\cos\theta(1+\cos\theta)z^2 + (1+\cos\theta)^2 = 0$.

1)- بوضع : $(1+\cos\theta)t = z^2$ ، أكتب معادلة (F) ذات المجهول t تكافيء المعادلة (E) .

2)- ليكن t_1 و t_2 حلي المعادلة (F) بحيث : $\mathrm{Im}(t_1) \geq 0$.

أ- حدد الحلين t_1 و t_2 على الشكل الأسي .

ب- بين أنه لكل n من $\mathbb{N}^*$:

$$(t_1)^n - \frac{1}{(4t_1)^n} = \frac{i}{(-2)^{n-1}}\sin(n\theta) \text{ و } (t_2)^n - \frac{1}{(4t_2)^n} = \frac{-i}{(-2)^{n-1}}\sin(n\theta)$$.

3)- حدد في $\mathbb{C}$ مجموعة حلول المعادلة (E) .

- **التمرين الثاني:** $(06pts)$

المستوى العقدي (P) منسوب إلى معلم متعامد ممنظم و مباشر $(O;\vec{u};\vec{v})$.

و لكل z من $\mathbb{C}$ ، نضع : $f(z) = z^2 - 2jz - 1$ حيث $j = -\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$.

1)- حل في $\mathbb{C}$ المعادلة : $(G): f(z) = 0$.

2)- حدد ثم أنشيء في المستوى العقدي (P) المجموعة (H) للنقط M ذات اللحق z بحيث يكون $f(z)$ عددا حقيقيا .

3)- ليكن F التطبيق الذي يربط كل نقطة M من (P) لحقها z بالنقطة M' التي لحقها $f(z)$.

و لتكن (C) الدائرة التي مركزها النقطة A ذات اللحق j و شعاعها r و (D) المستقيم الذي يمر من A و معامله الموجه $\tan\theta$ ، حيث : $-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}$.

أ- بين أن : $(\forall z\in\mathbb{C});\ f(z)-j=(z-j)^2$.

ب- حدد طبيعة صورة كل من الدائرة (C) و المستقيم (D) بالتطبيق F .

- **التمرين الثالث**: $(05pts)$

نعتبر في $\mathbb{C}$ المعادلة : $(H):(1-iz)^5=(1+iz)^5$.

1)- بين أن حلول المعادلة (H) أعداد حقيقية .

2)- نضع : $z=\tan\theta$ حيث $-\frac{\pi}{2}<\theta<\frac{\pi}{2}$.

بين أن المعادلة (H) تكافيء المعادلة : $(1):e^{i(10\times\theta)}=1$ ، ثم إستنتج مجموعة حلول (H) .

3)- بين أن المعادلة (H) تكافيء المعادلة : $(2):z\left(z^4-10z^2+5\right)=0$.

4)- حل في $\mathbb{R}$ المعادلة (2) ، ثم إستنتج قيمة $\tan\left(\frac{2\pi}{5}\right)$.

- **التمرين الرابع**: $(06pts)$

ننشيء خارج مثلث ABC المثلثات المتساوية الأضلاع ABD و BCE و CAF مراكزها على التوالي هي A' و B' و C' و نفترض أن : $\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AD}\right)\equiv-\frac{\pi}{3}[2\pi]$.

و ننسب المستوى العقدي (P) إلى المعلم المتعامد $\left(O;\vec{u};\vec{v}\right)$ بحيث لحقي B و C هما على التوالي $b=-1$ و $c=1$ و ليكن a من $\mathbb{C}$ لحق النقطة A .

1)- اعط الكتابة العقدية لكل من الدوران R_1 الذي مركزه A و يحول B إلى D و الدوران R_2 الذي مركزه B و يحول C إلى E و الدوران R_3 الذي مركزه A و يحول C إلى F .

2)- إستنتج d و e و f ألحاق النقط D و E و F على التوالي .

3)- أحسب a' و b' و c' ألحاق النقط A' و B' و C' على التوالي .

4)- أحسب بدلالة a لحقي المتجهتين $\overrightarrow{A'B'}$ و $\overrightarrow{A'C'}$. www.besmaths.un.ma

5)- أثبت أن المثلث $A'B'C'$ متساوي الأضلاع . abouzakariya@yahoo.fr