

فرض محروس رقم 1
الدورة الأولى

موضوع الفرض	التقيط
<p>تمرين 1</p> <p>نعتبر الدالة f المعرفة بـ: $f(x) = \frac{2x - \sqrt{5} + 1}{x - \sqrt{1-x}}$</p> <p>(1) حدد مجموعة تعريف الدالة f</p> <p>(2) احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$</p> <p>(3) بين أن f تقبل تمديدا بالاتصال في النقطة $a = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$</p>	
<p>تمرين 2</p> <p>ليكن $a < 0$ و $b > 0$ عددين حقيقيين بحيث $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = a$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = b$</p> <p>لتكن f دالة متصلة بحيث $f(x) = 0$ تقبل حلا على الأقل في IR (وظف تعريف نهاية دالة عند $\pm \infty$)</p>	
<p>تمرين 3</p> <p>نعتبر الدالة f المعرفة بـ: $f(x) = \frac{3x-1}{E(3x)}$</p> <p>(1) بين أن مجموعة تعريف الدالة f هي: $D_f =]-\infty, 0[\cup \left[\frac{1}{3}, +\infty[$</p> <p>(2) احسب نهايات الدالة f عند محددات D_f</p> <p>(3) ادرس اتصال الدالة f على D_f</p>	
<p>تمرين 4</p> <p>(I) نذكر أن: $\forall x \in IR : \cos(2x) = 2\cos^2(x) - 1$ وان $\forall x \in IR : \sin(2x) = 2\cos(x)\sin(x)$</p> <p>بين أن: $\forall x \in IR : \cos^2(x) - \cos(2x) \geq 0$</p> <p>(II) لتكن $(u_n)_{n \geq 2}$ و $(v_n)_{n \geq 2}$ المتتاليتين المعرفتين بـ: $u_n = \prod_{k=2}^n \cos\left(\frac{\pi}{2^k}\right)$ و $v_n = u_n \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2^n}\right)$</p> <p>(1) بين أن المتتالية $(u_n)_{n \geq 2}$ محدودة وتناقصية</p> <p>(2) بين أن المتتاليتين $(u_n)_{n \geq 2}$ و $(v_n)_{n \geq 2}$ متحاديتان</p> <p>(3) نعتبر المتتالية $(w_n)_{n \geq 2}$ المعرفة بـ: $w_n = u_n \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2^n}\right)$</p> <p>بين $(w_n)_{n \geq 2}$ هندسية محددًا أساسها وحدها الأول</p> <p>(4) حدد $\lim(u_n)$ و $\lim(v_n)$</p>	
<p>تمرين إضافي (La série harmonique)</p> <p>نعتبر المتتالية $(S_n)_{n \geq 1}$ حيث $S_n = 1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{n}$</p> <p>(1) بين أن $(S_n)_{n \geq 1}$ تزايدية وان $S_{2n} - S_n \geq \frac{1}{2}$ $\forall n \in IN^*$</p> <p>(2) بين أن $(S_n)_{n \geq 1}$ غير مكبورة واستنتج أن $\lim(S_n) = +\infty$</p>	