

## ❖ التمرين رقم 01 : ( 01,5 نقطة )

▪ أحسب كل نهاية مما يلي :

$$(1): \lim_{x \rightarrow +\infty} x \ln \left( \frac{x-1}{x} \right) \text{ و } (2): \lim_{x \rightarrow 0^-} x \ln(x^2 - x) \text{ و } (3): \lim_{x \rightarrow +\infty} [x - (\ln x)^2]$$

## ❖ التمرين رقم 02 : ( 05 نقط )

⇐ تكن  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  المتتالية المعرفة بما يلي :

$$(\forall n \in \mathbb{N}); u_{n+1} = \frac{u_n^2 + 4}{2u_n} \text{ و } u_0 = 4$$

1- أ- بين أن :  $(\forall n \in \mathbb{N}); u_n \geq 2$  . 0,75

ب- بين أن المتتالية  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  تناقصية ، ثم استنتج أنها متقاربة . 0,75

ج- أحسب نهاية  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  . 0,5

2- لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$  نضع :  $v_n = \ln \left( \frac{u_n - 2}{u_n + 2} \right)$  .

أ- أحسب الحد  $v_0$  . 0,25

ب- بين أن المتتالية  $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$  هندسية أساسها  $q = 2$  . 0,75

ج- عبر عن  $v_n$  بدلالة  $n$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$  . 0,5

د- بين أن :  $(\forall n \in \mathbb{N}); u_n = 2 \times \frac{3^{2^n} + 1}{3^{2^n} + 2}$  ، ثم استنتج مرة أخرى نهاية  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  . 1,5

## ❖ التمرين رقم 03 : ( 13,5 نقطة )

⇐ تكن  $f$  الدالة المعرفة على  $D = ]0;1[ \cup ]1;+\infty[$  بما يلي :

$$(\forall x \in ]0;1[ \cup ]1;+\infty[); f(x) = \frac{x}{\ln x} \text{ و } f(0) = 0$$

1- أ- بين أن  $f$  متصلة على اليمين في الصفر . 0,5

ب- أدرس قابلية اشتقاق  $f$  على اليمين في الصفر . 0,5

2- أحسب النهايتين :  $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$  ، ماذا تستنتج ؟ 1

3- أحسب النهايتين :  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$  ، ثم اعط تأويلهما الهندسي . 1

4- بين أن :  $(\forall x \in ]0;1[ \cup ]1;+\infty[); f'(x) = \frac{\ln x - 1}{(\ln x)^2}$  ، ثم ضع جدول تغيرات  $f$  . 1

5- بين أن :  $f''(x) = \frac{2 - \ln x}{x(\ln x)^3}$  ،  $(\forall x \in ]0;1[ \cup ]1;+\infty[)$  ، ثم أدرس تقعر المنحنى  $(C_f)$  1

و أحسب إحداثيتي نقطة إنعطافه .

6- أ- حل في  $D$  المعادلة :  $f(x) = x$  : (E) . 0,5

ب- أدرس الوضع النسبي للمنحنى  $(C_f)$  و المستقيم  $(\Delta)$  الذي معادلته :  $y = x$  . 1

7- أرسم المنحنى  $(C_f)$  (بالدقة اللازمة) في معلم متعامد و ممنظم  $(O; \vec{i}; \vec{j})$  . 1,5

8- لتكن  $g$  قصور الدالة  $f$  على المجال  $I = [e; +\infty[$  .

أ- بين أن  $g$  تقبل دالة عكسية  $g^{-1}$  معرفة على المجال  $I$  . 1

ب- أحسب النهاية :  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{g^{-1}(x)}{x}$  ، ثم أرسم المنحنى  $(C_{g^{-1}})$  في المعلم  $(O; \vec{i}; \vec{j})$  . 1,5

9- لتكن  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  المتتالية المعرفة بما يلي :

$$(\forall n \in \mathbb{N}); u_{n+1} = f(u_n) \text{ و } u_0 = 3$$

أ- بين بالترجع أن :  $(\forall n \in \mathbb{N}); u_n \geq e$  . 1

ب- أدرس رقابة المتتالية  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  ، ثم إستنتج أنها متقاربة . 1

ج- أحسب نهاية  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  . 1

إنتهى الموضوع .

تخصص نقطة إضافية لحسن التنظيم و جودة التحرير و الدقة في الأجوبة .