الفرض الثالث باللغتين العربية والفرنسية

المستوى الدراسي : الجذع المشترك — الشعبة : العلمية

تاريخ التمرير : الجمعة 8 فبراير 2019 — مدة الإنجاز : ساعتان ونصف

ملحوظة هامة: يكتب بخط واضح على ورقة التحرير:
- اسم ونسب المترشح(ة) (بالحروف العربية واللاتينية) وتاريخ الميلاد،
- اسم المؤسسة والبلدة والمديرية الإقليمية.

Exercice 1 : Soient a, b, c et d des nombres réels strictement positifs tels que :

$$a = c + \frac{1}{d} \quad \text{et} \quad b = d + \frac{1}{c}.$$

1. Prouver que $ab \geq 4$.
2. Trouver la valeur minimale du nombre $ab + cd$.

التمرين 1 : لتكن a و b و c و d أعداداً حقيقية موجبة قطعاً بحيث :

$$a = c + \frac{1}{d} \quad \text{و} \quad b = d + \frac{1}{c}.$$

1. أثبت أن $ab \geq 4$.
2. أوجد القيمة الدنيا لِلعدد $ab + cd$.

Exercice 2 : Soit ABC un triangle et $(\mathcal{C})$ son cercle circonscrit. La hauteur issue du sommet A coupe le cercle $(\mathcal{C})$ en un point D et coupe le segment $[BC]$ en un point E. Soit J le milieu du segment $[CD]$.
Montrer que les droites (EJ) et (AB) sont perpendiculaires.

التمرين 2 : ليكن ABC مثلثاً و $(\mathcal{C})$ دائرته المحيطة. الارتفاع المار من الرأس A يقطع الدائرة $(\mathcal{C})$ في نقطة D ويقطع القطعة $[BC]$ في نقطة E. لتكن J منتصف القطعة $[CD]$.
بيّن أن المستقيمين (EJ) و (AB) متعامدين.

Exercice 3 : On dit qu'un nombre premier p est charmant, s'il s'écrit sous la forme $p = m^3 - n^3$ pour $m, n \in \mathbb{N}^\star$.

1. Donner trois exemples de nombres premiers charmants ayant les chiffres des unités deux-à-deux distincts.
2. Trouver toutes les valeurs possibles du chiffre des unités d'un nombre premier charmant.

التمرين 3 : نقول عن عدد أولي موجب p إنه جميل، إذا كان يكتب على شكل $p = m^3 - n^3$ من أجل $m, n \in \mathbb{N}^\star$.

1. أعط ثلاثة أمثلة لأعداد أولية جميلة أرقام وحداتها مختلفة مثنى مثنى.
2. أوجد جميع القيم الممكنة لِرقم وحدات عدد أولي جميل.