

مسألة : لتكن f الدالة العددية المعرفة بـ: $f(x) = \sqrt{x^2 - 2x + 2}$.
و \mathcal{C}_f منحناها في معلم متعمد منظم $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1) أ- بين أن $0 > x^2 - 2x + 2$ حيز تعريف الدالة f .

ب- أحسب نهايات f عند محدودات \mathcal{D}_f .

2) أ- بين أن f قابلة للإشتقاق على \mathbb{R} ثم أحسب $f'(x)$ لكل x من \mathbb{R} .

ب- أعط جدول تغيرات الدالة f .

3) أ- أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) + (x - 1)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) - (x - 1)$ ماذا تستنتج؟

ب- حدد وضعية المنحنى \mathcal{C}_f بالنسبة للمستقيمين: $y = -x + 1$ و $y = x - 1$.

ج- أنشئ \mathcal{C}_f .

4) f هي قصور على المجال $[1, +\infty]$.

أ- بين أن f تقبل دالة عكسية معرفة على مجال I يجب تحديده .

ب- حدد $f^{-1}(x)$ لكل x من I .

أ- أحسب $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f^{-1}(x) - 1}{x - 1}$ ماذا تستنتج؟

ب- بين أن f^{-1} قابلة للإشتقاق على $[1, +\infty]$. ثم أعط جدول تغيرات f^{-1} .

ج- أنشئ $\mathcal{C}_{f^{-1}}$ في المعلم $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

5) $h(x) = f^{-1}\left(\frac{1}{\cos x}\right)$:
نعتبر الدالة h المعرفة على $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$.

أ- بين أن: $\forall x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right] h(x) = 1 + \tan x$.

ب- بين أن h قابلة للإشتقاق على $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ وأن: $\forall x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right] h'(x) = 1 + \tan^2 x$.

ج- بين أن h تقبل دالة عكسية معرفة على المجال $[1, +\infty]$.

$$\forall x \in [1, +\infty] \quad (h^{-1})'(x) = \frac{1}{x^2 - 2x + 2}$$