C: NS22

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية والتعليم العالي وتكوين الأطر والبحث العلمي
قطاع التربية الوطنية

المركز الوطني للامتحانات

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
(الدورة العادية 2007)
الموضوع

مدة الإنجاز: 3

المعامل: 7

المـــــادة: الرياضيات

الشعـــب(ة): العلوم التجريبية الأصيلة +العلوم التجريبية +العلوم الزراعية

(يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة)

التمرين الأول (3 ن)

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ الفلكة (S) التي معادلتها هي :
$x^2+y^2+z^2-2x-4y-6z+8=0$ والمستوى (P) الذي معادلته هي : $x-y+2z+1=0$.

1) بين أن مركز الفلكة (S) هي النقطة $\Omega(1,2,3)$ وأن شعاعها يساوي $\sqrt{6}$. — 1

2) تحقق من أن المستوى (P) مماس للفلكة (S). — 0,75

3) أ- حدد تمثيلا بارامتريا للمستقيم (Δ) المار من Ω والعمودي على (P). — 0,5

ب- حدد مثلوث إحداثيات ω نقطة تماس (P) و (S) . — 0,75

التمرين الثاني (3 ن)

1) أ- اكتب على الشكل الجبري العدد العقدي $(3-2i)^2$. — 0,5

ب- حل في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2-2(4+i)z+10+20i=0$. — 1

2) نعتبر في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{u},\vec{v})$ النقط A و B و C التي ألحاقها على التوالي هي : $a=1+3i$ و $b=7-i$ و $c=5+9i$.

أ- بين أن: $\frac{c-a}{b-a}=i$. — 0,5

ب- استنتج أن المثلث ABC متساوي الساقين و قائم الزاوية . — 1

التمرين الثالث (2,5 ن)

1) تحقق من أن : $\frac{x^2}{x+1}=x-1+\frac{1}{x+1}$ لكل x من $\mathbb{R}-\{-1\}$. — 0,5

2) بين أن : $\int_0^2 \frac{x^2}{x+1}dx=\ln 3$. — 1

3) باستعمال مكاملة بالأجزاء، بين أن : $\int_0^2 x\ln(x+1)dx=\frac{3}{2}\ln 3$. — 1

التمرين الرابع (2,5 ن)

يحتوي كيس على سبع بيدقات تحمل الأعداد 0 و 0 و 0 و 1− و 1 و 1 و 1
(لا يمكن التمييز بين البيدقات باللمس).
نعتبر التجربة التالية : نسحب عشوائيا وفي آن واحد ثلاث بيدقات من الكيس .

لتكن الأحداث التالية :
A : " لا توجد أية بيدقة تحمل العدد 0 من بين البيدقات الثلاثة المسحوبة ".
B : " سحب ثلاث بيدقات تحمل أعدادا مختلفة مثنى مثنى " .
C : " مجموع الأعداد المسجلة على البيدقات الثلاثة المسحوبة منعدم".

احسب احتمال كل من الحدثين A و B ثم بين أن احتمال الحدث C هو $\frac{2}{7}$. — 2,5

مسألة (9 ن)

I) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على IR بما يلي : $g(x)=e^{-x}+x-1$.

1) احسب $g'(x)$ لكل x من IR ثم استنتج أن g تزايدية على $[0,+\infty[$ و تناقصية على $]-\infty,0]$. — 0,75

2) بين أن $g(x)\geq 0$ لكل x من IR (لاحظ أن $g(0)=0$) ثم استنتج أن $e^{-x}+x\geq 1$ لكل x من IR. — 0,5

II) نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة بما يلي : $f(x)=\dfrac{x}{x+e^{-x}}$

و ليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$.

1) بين أن حيز تعريف الدالة f هو IR (يمكن استعمال نتيجة السؤال I) 2)). — 0,5

2) أ- بين أن: $f(x)=\dfrac{1}{1+\dfrac{1}{xe^{x}}}$ لكل x من IR^{*}. — 0,25

ب- بين أن $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=0$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=1$ ثم أول هندسيا هاتين النتيجتين . — 1,5

3) أ- بين أن : $f'(x)=\dfrac{(x+1)e^{-x}}{\left(x+e^{-x}\right)^{2}}$ لكل x من IR . — 0,75

ب- ادرس إشارة $f'(x)$ ثم ضع جدول تغيرات الدالة f . — 0,5

4) أ- اكتب معادلة المماس للمنحنى (C) في النقطة O أصل المعلم . — 0,5

ب- تحقق من أن : $x-f(x)=\dfrac{xg(x)}{g(x)+1}$ لكل x من IR ثم ادرس إشارة $x-f(x)$ على IR . — 0,75

ج - استنتج الوضع النسبي للمنحنى (C) و المستقيم (Δ) الذي معادلته هي : $y=x$. — 0,25

5) أنشئ (Δ) و (C) في المعلم $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$ (نأخذ $\frac{1}{1-e}\simeq-0,6$) . — 1

III) نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بما يلي : $u_0=1$ و $u_{n+1}=f(u_n)$ لكل n من IN .

1) بين بالترجع أن $0\leq u_n\leq 1$ لكل n من IN . — 0,5

2) بين أن المتتالية (u_n) تناقصية (يمكن استعمال نتيجة السؤالII) 4) ب) . — 0,5

3) استنتج أن (u_n) متقاربة ثم حدد نهايتها . — 0,75