بكالوريا وطنية 2011 د ع

يحتوي صندوق على سبع كرات غير قابلة للتمييز باللّمس، أربع منها حمراء و ثلاث خضراء.
نقوم بالتّجربة التّالية: نسحب كرة b من الصّندوق و نسجّل لونها
– إذا كانت b حمراء نعيدها إلى الصّندوق ثمّ نسحب كرة ثانية.
– إذا كانت b خضراء لا نعيدها إليه ثمّ نسحب كرة ثانية.
A الحصول على كرتين من نفس اللّون في السّحبتين و B : سحب كرة حمراء في المرّة الثانية.

1) بيّن أنّ $p(A)=\frac{23}{49}$ ثمّ أحسب $p(B)$ (يمكن الاستعانة بشجرة الاختيارات).

2) هل الحدثان A و B مستقلاّن؟ علّل جوابك.

بكالوريا وطنية 2011 د س

يحتوي كيس U_1 على كرتين لونهما أحمر و ثلاث كرات لونهما أبيض و يحتوي كيس U_2 على كرتين لونهما أبيض و ثلاث كرات لونهما أحمر، نسحب كرة من U_1 و كرة من U_2.
A " الكرتان المسحوبتان من نفس اللّون" B " الكرة المسحوبة من U_1 حمراء".

1) أحسب $p(B)$ و بيّن أنّ $p(A)=\frac{12}{25}$.

2) علماً أنّ الكرة المسحوبة من U_1 حمراء، ماهو احتمال أن تكون الكرتان من نفس اللّون ؟

بكالوريا وطنية 2010 د ع

يتكوّن مكتب للدراسات من 20 مهندساً و مهندسة يتوزّعون حسب الجنس و التخصّص كما هو مبيّن:

التخصص	الذكور	الإناث
الإعلاميات	5	3
الهندسة المدنية	8	4

تمّ اختيار ثلاثة عناصر من هذا المكتب تآنياً و بشكل عشوائي للمشاركة في إحدى الدورات التكوينية.

1) أ) A " العناصر التي وقع عليها الاختيار كلّها من الإناث " بيّن أنّ $p(A)=\frac{7}{228}$.

ب) علماً أنّ العناصر التي اختيرت كلّها من الإناث أحسب احتمال أن تكون من نفس التخصّص

2) ليكن X المتغيّر العشوائي الذي يساوي عدد تخصّصات العناصر التي وقع عليها الاختيار.

أ) بيّن أنّ $p(X=1)=\frac{69}{285}$ ثمّ استنتج قانون احتمال X . **ب)** أحسب $E(X)$

بكالوريا وطنية 2010 د س

لدينا نرد مكعّب الشكل غير مغشوش تحمل أوجهه الأرقام 1؛ 1؛ 1؛ 2؛ 2؛ 3 على التوالي.
نرمي النرد مرّتين متتاليتين في الهواء و نسجّل في كلّ مرّة رقم الوجه الظاهر إلى الأعلى.
A " الحصول مرّتين على الرقم 3 " و B " الحصول على رقمين جداؤهما أصغر من أو يساوي6

1) أ) بيّن أنّ $p(A)=\frac{1}{36}$. **ب)** بيّن أنّ B هو الحدث المضاد ل A ثمّ استنتج $p(B)$.

2) ليكن X المتغيّر العشوائي الذي يساوي عدد المرّات التي يظهر فيها الرقم 3 .

أ) حدّد القيم التي يأخذها X **ب)** حدّد قانون احتمال X **ج)** أحسب $E(X)$.

بكالوريا وطنية 2009 د ع

يحتوي كيس على ست كرات حمراء، أربعة منها تحمل الرقم 1 و اثنتان تحملان الرقم 2 و ثمان كرات خضراء، خمسة منها تحمل الرقم 1 و ثلاثة تحمل الرقم 2. نسحب تآنياً كرتين من الكيس.

1) ما هو عدد السحبات الممكنة ؟

2) A " سحب كرتين من نفس اللون " و B " سحب كرتين تحملان نفس الرقم ".

أ) بيّن أنّ: $p(A)=\frac{43}{91}$ ثمّ أحسب $p(B)$.

ب) علماً أنّ الكرتين المسحوبتين من نفس اللون، ما هو احتمال أن تحملا نفس الرقم ؟

ج) هل A و B مستقلان ؟ علّل جوابك.

3) X المتغير العشوائي المرتبط بعدد الكرات الحمراء المسحوبة، حدّد قيم X و قانون احتماله.

بكالوريا وطنية 2009 د س

أسفرت دراسة أجريت على نرد مغشوش أنّ احتمالات ظهور أرقام وجوهه الستة استقرت كالتالي:

رقم الوجه	1	2	3	4	5	6
احتمال ظهور الوجه	$\frac{2}{20}$	$\frac{4}{20}$	$\frac{6}{20}$	$\frac{5}{20}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{2}{20}$

1) نرمي هذا النرد مرتين متتاليتين، و نسجّل في كلّ مرّة رقم الوجه الظاهر إلى الأعلى.

أ) A " الحصول على رقمين فرديين " بيّن أنّ: $p(A)=81/400$ **بالتوفيق**

ب) B " الحصول على رقمين مجموعهما أكبر من أو يساوي 10." أحسب $p(B)$.

ج) علماً أنّ رقم الوجه الظاهر إلى الأعلى في المرتين الأولى و الثانية فردي، أحسب احتمال أن يكون مجموع الرّقمين أكبر من أو يساوي 10.

2) المتغير العشوائي X الذي يساوي عدد مرّات ظهور الرقم 2 . حدّد قيم X و قانون احتماله.

بكالوريا وطنية 2008 د ع

يحتوي كيس على عشر كرات غير قابلة للتمييز باللمس مرقّمة من 1 إلى 10.
نسحب عشوائياً بتتابع و بإحلال ثلاث كرات من الكيس.

1) أحسب عدد السحبات الممكنة.

2) بيّن أنّ احتمال سحب ثلاث كرات تحمل كلّ منها رقم زوجي هو 0,125 .

3) استنتج احتمال سحب ثلاث كرات تحمل كلّ منها على الأقل رقم فردي.

4) علماً أنّ أرقام الكرات المسحوبة زوجية، أحسب احتمال سحب 3 كرات مجموع أرقامها 24.

بكالوريا وطنية 2008 د س

يحتوي كيس على عشر كرات غير قابلة للتمييز باللمس، ثلاث كرات تحمل الرقم 1 و ثلاث تحمل الرق 2 و ثلاث تحمل الرقم 3 و كرة تحمل الرقم 4.
نسحب تآنياً ثلاث كرات من الكيس.

1) نعتبر المتغير العشوائي X الذي يساوي عدد الكرات المسحوبة التي تحمل الرقم 1:
حدّد القيم التي يأخذها المتغير العشوائي X و حدّد قانون احتماله.

2) أحسب احتمال الحدث: { سحب ثلاث كرات واحدة منها فقط تحمل الرقم 1 و الكرتان المتبقيتان تحملان كل منهما رقماً زوجياً. }

114 **(محاسبة بكالوريا وطنية 2007 د س)**

لجأت إحدى الشركات إلى عملية اختيار شخصين من بين ستة رجال و أربع نساء لهم نفس المؤهّلات، و ذلك لشغل منصب المدير ثمّ منصب المساعد، بحيث تتمّ القرعة الأولى لاختيار المدير و القرعة الثانية لاختيار مساعده.

1) بيّن أنّ عدد الإمكانيات هو 90.

2) أ) أحسب احتمال A " الشخصان المختاران من نفس الجنس ".

ب) أحسب احتمال B " الشخصان المختاران من جنسين مختلفين ".

ج) بيّن أنّ احتمال C " منصب مدير الشركة من نصيب امرأة " يساوي 0.4 .

3) علماً أنّ منصب المدير من نصيب امرأة ما هو احتمال أن يكون المختاران من جنسين مختلفين

115 **(اقتصاد بكالوريا وطنية 2003 د س)**

I) يحتوي كيس على 12 كرة غير قابلة للتمييز باللمس، 4 كرات حمراء و 8 بيضاء.
نسحب بتتابع و دون إحلال كرتين من الكيس.

1) ما هو احتمال سحب كرتين من نفس اللون ؟

2) ما هو احتمال سحب كرتين أولاهما بيضاء ؟

II) نسحب بتتابع و بإحلال كرتين من الكيس.

1) ما هو احتمال سحب كرة حمراء ؟

2) ليكن X المتغير العشوائي المساوي لعدد الكرات الحمراء المسحوبة من الكيس.
حدّد القيم التي يأخذها X و حدّد قانون احتماله ثمّ أحسب الأمل الرياضي $E(X)$.

116 **(اقتصاد بكالوريا وطنية 2007 د ع)**

يحتوي كيس U_1 على كرتين لونهما أبيض و كرتين لونهما أحمر، و يحتوي كيس U_2 على كرة بيضاء و كرة حمراء، نفترض أنّ جميع الكرات غير قابلة للتمييز باللمس. نعتبر التجربة:
نسحب تآنياً كرتين من U_1 و نضعهما في U_2 ثمّ نسحب من هذا الأخير كرة واحدة.

1) أحسب احتمال E " الكرتان المسحوبتان من U_1 لهما نفس اللون ".

2) بيّن أنّ احتمال F " الكرات الثلاث المسحوبة لها نفس اللون " هو 0.25 .

3) علماً أنّ الكرتين المسحوبتين من U_1 لهما نفس اللون، أحسب احتمال الحصول على 3 كرات من لونين مختلفين.

4) ليكن X المتغير العشوائي الذي يساوي عدد الكرات البيضاء المسحوبة من الكيسين، حدّد القيم التي يأخذها X و حدّد قانون احتماله.

117 (اقتصاد بكالوريا وطنية 2005 د س)

يحتوي كيس على 6 كرات بيضاء و 4 سوداء. نسحب في آن واحد 3 كرات.

1) X المتغير العشوائي المرتبط بعدد الكرات البيضاء المسحوبة، حدّد قانون احتمال X .

2) بيّن أنّ احتمال A " الحصول على كرة سوداء واحدة على الأقل " هو $5/6$.

3) نعيد التجربة السابقة خمس مرات متتابعة بحيث نرجع في كل مرة الكرات المسحوبة إلى الكيس، أحسب احتمال تحقّق الحدث A ثلاث مرّات بالضبط.

118 يحتوي صندوق على 16 مصباحاً كهربائياً من بينها 4 مصابيح غير صالحة للاستعمال.اخترنا عشوائياً و في آن واحد ثلاثة مصابيح من الصّندوق.

1) ما هو عدد الإمكانيات ؟ **(محاسبة مكناس 2000/1999)**

2) أحسب احتمال كلّ من الأحداث التّالية: A " المصابيح الثلاثة صالحة للاستعمال ".

B " مصباح واحد غير صالح للاستعمال C " مصباح واحد على الأقل غير صالح للاستعمال "

119

في إطار إعادة الهيكلة و ترقّباً لتغيير مقرّها الرّئيسي، قامت شركة باستطلاع للرّأي بين مستخدميها لمعرفة مدى استعدادهم لتغيير مقرّ عملهم. نتائج هذا الاستطلاع ملخّصة في الجدول التّالي:

	أعزب	متزوّج و بدون أطفال	متزوّج و له أطفال
يرفض تغيير مقرّ عمله	13%	15%	37%
يقبل تغيير مقرّ عمله	7%	25%	3%

نختار عشوائياً موظّفاً من هذه الشّركة و نعتبر الأحداث التّالية: C " الموظّف أعزب.".

و E " الموظّف متزوّج و له أطفال " و A " الموظّف يقبل تغيير مقرّ عمله ".

1) أحسب $p(A)$ و $p(C)$ و $p(E)$ و $p_C(A)$ و $p_A(C)$.

2) هل الحدثان A و C مستقلاّن ؟ علّل جوابك. **(محاسبة الرباط 1999 / 2000)**

120 **(محاسبة وجدة 98 / 99)**

يحتوي كيس على 9 كرات مرقّمة كالتّالي:1، 1، 1، 1، 2، 2، 3، 4، 4

نسحب في آن واحد كرتين من الكيس و نفترض أنّ كل الكرات لها نفس احتمال السّحب.

1) حدّد عدد السّحبات الممكنة.

2) أحسب احتمال الأحداث: E " الحصول على كرتين تحمل كل واحدة الرّقم 1."

F " الحصول على كرتين تحملان نفس الرّقم "

G " الحصول على الأقل على كرة تحمل الرّقم 2 "

H " الحصول على كرتين مجموع رقميهما يساوي 4 "

121 **(محاسبة فاس 96 / 97 د س)**

تتوفّر إحدى المقاولات الصّناعية على آلتين M_1 و M_2 لصنع منتوج معيّن.

ليكن: A " الآلة M_1 تصاب بعطب أثناء تشغيلها " و B " الآلة M_2 تصاب بعطب أثناء تشغيلها ".

نفترض أنّ $p(A)=p(B)$ و $p(A\cap B)=0,1$ و $p(A\cup B)=0,3$.

1) أحسب $p(A)$. هل الحدثان A و B مستقلاّن ؟ علّل جوابك.

2) أحسب احتمال: " M_1 تصاب بعطب أثناء تشغيلها علماً أنّ M_2 أصيبت بعطب أثناء تشغيلها."

122 **(اقتصاد بكالوريا وطنية 2006 د ع)**

يحتوي كيس على ثلاث كرات بيضاء و ثلاث كرات سوداء، كلّها غير قابلة للتمييز باللمس.

نسحب تآنياً أربع كرات من الكيس.

1) أحسب احتمال A " الكرتان المتبقيتان في الكيس لهما نفس اللون ".

أحسب احتمال B " الكرتان المتبقيتان في الكيس مختلفتا اللون ".

2) ليكن X المتغير العشوائي المرتبط بعدد الكرات البيضاء المتبقية بالكيس.

حدّد القيم التي يأخذها X و حدّد قانون احتماله و أحسب الأمل الرياضي $E(X)$.

123 **(محاسبة بكالوريا وطنية 2006 د ع)**

يحتوي كيس على ست كرات غير قابلة للتّمييز باللّمس. ثلاث كرات لونها أحمر و كرتان لونهما أخضر و كرة واحدة لونها أزرق. نسحب بالتّتابع و بدون إحلال ثلاث كرات من الكيس.

1) أحسب احتمال الحدثين: A : " من بين الكرات المسحوبة لا توجد الكرة الزّرقاء ".

B : " الحصول على كرة واحدة خضراء فقط ". **2)** هل A و B مستقلاّن ؟ علّل جوابك.

124 **(بكالوريا وطنية 2006 د س)**

لاختيار ممثّلين اثنين لإحدى الثانويات التّقنية ترشّحَ عشرة تلاميذ موزّعين كما يلي:

بالتوفيق	الذكور	الإناث
التقني التّجاري	3	2
التّقني الصّناعي	2	3

1) نختار عشوائياً تلميذين في آن واحد من هؤلاء المرشّحين. ما هو احتمال الحدثين:

A :< التلميذان المختاران من جنسين مختلفين > B < التلميذان المختاران من التّقني التّجاري >

2) هل A و B مستقلاّن ؟ علّل جوابك.

3) أحسب احتمال اختيار تلميذين من التّقني التّجاري أو من جنسين مختلفين.

125 **(بكالوريا وطنية 2005 د ع)**

يحتوي كيس على أربع كرات حمراء مرقّمة من 1 إلى 4 و ثلاث كرات بيضاء مرقّمة من 1 إلى 3.

نسحب عشوائياً بالتّتابع و بدون إحلال كرتين من الكيس، و نفترض أنّ الكرات غير قابلة للتّمييز باللّمس. نعتبر الحدثين: A :" الكرتان المسحوبتان لهما نفس اللّون.".

B :" الكرة المسحوبة في المرّة الأولى تحمل رقماً فردياً ".

1) أحسب احتمال كل من الحدثين A و B و بيّن أنّ: $p(A\cap B)=5/21$

2) أ) أحسب احتمال الحصول على كرتين من نفس اللّون علماً أنّ الكرة المسحوبة في المرّة الأولى تحمل رقماً فردياً. **ب)** هل الحدثان A و B مستقلاّن ؟ علّل جوابك.

126 **(بكالوريا وطنية 2005 د س)**

يحتوي كيس على 3 كرات حمراء و كرتين لونهما أخضر.(جميع الكرات غير قابلة للتّمييز باللّمس)

نسحب عشوائياً بالتّتابع و بدون إحلال 3 كرات من الكيس و نعتبر الحدثين:

A :" كرتان بالضّبط لهما نفس اللّون." B :" الكرة المسحوبة في المرّة الأولى خضراء ".

1) بيّن أنّ: $p(A)=0,9$ ثمّ أحسب احتمال الحدث B .

2) هل الحدثان A و B مستقلاّن ؟ علّل جوابك.

3) أحسب احتمال الحصول على كرة خضراء في المرّة الأولى علماً أنّ كرتين بالضّبط من الكرات المسحوبة لهما نفس اللّون.

127 **(بكالوريا وطنية 2004 د س)**

يحتوي كيس على 9 بيدقات لا يمكن التّمييز بينها باللّمس: أربع بيدقات حمراء تحمل الأرقام 1، 1، 2، 2، على التوالي. ثلاث بيدقات خضراء تحمل الأرقام 1، 2، 3 على التّوالي. بيدقتين زرقاوين تحملان الرّقمين 1، 2 على التّوالي. نسحب عشوائياً و في آن واحد ثلاث بيدقات من الكيس.

1) أحسب احتمال A :" ألوان البيدقات المسحوبة مختلفة مثنى مثنى".

B :" من بين البيدقات المسحوبة، توجد البيدقة الحاملة للرّقم 3 ".

2) أحسب احتمال A علماً أنّ B محقّق. هل الحدثان A و B مستقلاّن ؟ علّل جوابك.

128 **(بكلوريا وطنية 2003 د س)**

لدينا نرد أوجهه مرقّمة من 1 إلى 6. نرمي هذا النّرد مرّة واحدة و نعتبر الحدثين:

A " الرّقم الظّاهر أصغر أو يساوي 4 ". B " الرّقم الظّاهر عدد فردي. ".

1) نفترض أنّ هذا النّرد غير مغشوش.

أحسب احتمال كلّ من A و B .و $A\cap B$. هل A و B مستقلاّن ؟ علّل جوابك.

2) نفترض أنّ هذا النّرد مغشوش، بحيث احتمال ظهور كل من الأرقام 1 و 4 و 6 يساوي 0,1 و احتمال ظهور الرقمين 3 و 5 هو 0,2 .

أحسب احتمال " ظهور الرّقم 2 " ثمّ أحسب $p(A)$ و $p(B)$ ، هل A و B مستقلاّن ؟

129 **(اقتصاد بكالوريا وطنية 2003 د ع)**

يحتوي كيس على عشر كرات، كرة واحدة تحمل الرقم 0 و ثلاث كرات تحمل الرقم 1 و أربع كرات تحمل الرقم 2 و كرتان تحملان الرقم 3. نسحب في آن واحد ثلاث كرات من الكيس.

1) أحسب عدد السحبات الممكنة.

2) أحسب احتمال A " من بين لكرات المسحوبة كرتان بالضبط تحملان نفس الرقم ".

3) ليكن X المتغير العشوائي الذي يساوي عدد الكرات المسحوبة التي تحمل الرقم 2.

حدّد قانون احتمال X و أحسب $E(X)$.

4) نعيد التجربة السابقة عشر مرات، أحسب احتمال تحقق الحدث A ست مرّات بالضبط.

130 D_1 و D_2 نردان مرقّمان كالآتي: $\underbrace{3;2;2;3;3;4}_{D_1}$ و $\underbrace{1;1;1;2;2;3}_{D_2}$

I) نرمي النّردين معاً. ما هو احتمال الحصول على:

أ) نفس الرّقم. **ب)** رقمين مختلفين. **ج)** مجموع الرّقمين عدد زوجي.

II) U كيس به 3 كرات حمراء و 2 سوداوين و 1 بيضاء. نسحب بتتابع و بإحلال 3 كرات.

1) أحسب احتمال: E :سحب كرات من نفس اللّون ؛ F : سحب كرات مختلفة اللّون مثنى مثنى

2) نرمي D_1 إذا كان الرّقم المحصّل عليه زوجي نسحب 3 كرات بتتابع و دون إحلال من U، و إذا كان الرّقم فردي نسحب ثلاث كرات تآنياً من U . أحسب احتمال سحب كرتين حمراوين