ثانوية عبد الله الشفشاوني
اولاد تايمة
2Bac sp1

يوم 21/01/2012
المدة: ساعتان
ذ. مصطفى حايمد

فرض محروس رقم 3
(الدورة الأولى)

التنقيط	موضوع الفرض

<u>تمرين 1</u>

I) نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]0,+\infty[$ بـ : $g(t)=t-ln(t)$

1) احسب $\lim\limits_{t\to+\infty} g(t)$ و $\lim\limits_{t\to 0^+} g(t)$

2)أ- ادرس تغيرات الدالة g

ب - استنتج أن : $\forall t \succ 0 \quad ln(t)\le t-1$

ج - بوضع $t=\sqrt{x}$ استنتج أن : $\forall x \succ 0 \quad ln(x)\le 2\sqrt{x}-2$

II) نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $[0,+\infty[$ بـ : $\begin{cases} f(x)=x-\sqrt{x}\,.ln(x)\ ; x\succ 0 \\ f(0)=0 \end{cases}$

وليكن (C_f) منحناها بالنسبة لمعلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1) بين أن f متصلة في 0 (يمكنك وضع $t=\sqrt{x}$)

2) بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ (يمكنك وضع $t=\sqrt{x}$)

3) بين أن $\lim\limits_{x\to 0^+} \dfrac{f(x)}{x}=+\infty$ ماذا تستنتج ؟

4) ادرس الفرع اللانهائي بجوار $+\infty$

5) أ - بين أن : $\forall x \succ 0 \quad f'(x)=\dfrac{2\sqrt{x}-2-ln(x)}{2\sqrt{x}}$

ب - استنتج أن $f'(1)=0$ وان f تزايدية قطعا على $[0,+\infty[$ (استعمل السؤال I) 2) ج)

6) ليكن (Δ) المستقيم ذو المعادلة $y=x$

بين أن (C_f) يتقاطع مع (Δ) في النقطتين $O(0,0)$ و $A(1,1)$ ويوجد فوقه على $]0,1[$ وتحته على $]1,+\infty[$

7) أنشئ (Δ) و (C_f) في المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$ مع توضيح المماسين لـ (C_f) في $O(0,0)$ و $A(1,1)$

8) نعتبر المتتالية $(u_n)_{n\in IN}$ المعرفة بـ : $u_0=\dfrac{1}{2}$ و $\forall n\in IN \quad u_{n+1}=u_n-\sqrt{u_n}\,.ln(u_n)$

ا - بين أن $\forall n\in IN \quad 0\prec u_n\prec 1$ وان $(u_n)_{n\in IN}$ تزايدية

ب - استنتج ان $(u_n)_{n\in IN}$ متقاربة وحدد نهايتها

9) نضع $\forall x \succ 0 \quad F(x)=\dfrac{2}{3}x.\sqrt{x}\,.ln(x)$

بين أن $\forall x \succ 0 \quad F'(x)=\dfrac{2}{3}\sqrt{x}+x-f(x)$ واستنتج الدالة الأصلية لـ f على $]0,+\infty[$ والتي تنعدم في e .