الأولمبياد الوطنية في الرياضيات 2025

الفرض الأول باللغتين العربية والفرنسية

المستوى الدراسي : جذع مشترك **الشعبة : العلمية**

تاريخ التمرير : الجمعة 2 دجنبر 2022 **مدة الإنجاز : ثلاث ساعات**

ملحوظة هامة: يكتب بخط واضح على ورقة التحرير:
- اسم ونسب المترشح(ة) (بالحروف العربية واللاتينية) وتاريخ الميلاد ؛
- اسم المؤسسة والبلدة والمديرية الإقليمية.

Problème 1 : Soient x et y deux nombres réels strictement positifs tels que $x+y=1$. Montrer que : $$\frac{x^2}{x+1}+\frac{y^2}{y+1}\geq\frac{1}{3}.$$	**المسألة** 1 : ليكن x وy عددين حقيقيين موجبين قطعاً حيث $x+y=1$. بيّن أن : $$\frac{x^2}{x+1}+\frac{y^2}{y+1}\geq\frac{1}{3}.$$
Problème 2 : Un tailleur dispose d'un grand morceau de tissu. Il le découpe en 4 morceaux. Il choisit ensuite un des 4 morceaux qui le découpe à nouveau en 4 morceaux. Le tailleur répète cette opération un certain nombre de fois. Est-il possible d'avoir, après ces opérations, 2022 petits morceaux de tissu ?	**المسألة** 2 : يتوفر خياط على قطعة قماش كبيرة. يقوم بتقطيعها إلى 4 قطع. يختار بعد ذلك واحدة من القطع الأربع التي يقطعها مرة أخرى إلى 4 قطع. يكرر الخياط هذه العملية عدة مرات. هل يمكن الحصول بعد هذه العمليات على 2022 قطعة صغيرة من القماش؟
Problème 3 : Soit $MNPQ$ un parallélogramme. On considère un point E à l'intérieur de $MNPQ$ tel que $PE=PN$. Les points I et J sont respectivement les milieux des segments $[ME]$ et $[PQ]$. Montrer que : $(NE)\perp(IJ)$.	**المسألة** 3 : ليكن $MNPQ$ متوازي أضلاع. نعتبر E نقطة داخل $MNPQ$ حيث $PE=PN$. النقطتان I وJ هما على التوالي منتصفا القطعتين $[ME]$ و$[PQ]$. بيّن أن : $(NE)\perp(IJ)$.
Problème 4 : Déterminer tous les entiers naturels non nuls a et b tels que : $$1+2^a+2^{a+1}=b^2.$$	**المسألة** 4 : حدّد جميع الأعداد الصحيحة الطبيعية غير المنعدمة a وb حيث : $$1+2^a+2^{a+1}=b^2.$$