

Abstract :

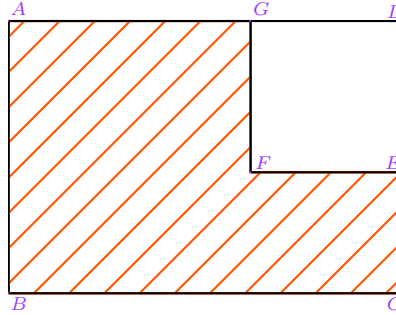
Le choix de 4 exercices pour les niveaux de première et deuxième année du cycle collégial, a pour but de couvrir, les 4 axes ciblés dans le programme des olympiades régionales de mathématiques (version novembre 2021). Il est important de rappeler que l'on valorise, dans l'attribution de points selon ce "marking scheme", les idées pertinentes pour aboutir à une réponse correcte. Nous espérons que nos élèves, ayant un potentiel, soient encouragés à faire, chez eux, plus de situations olympiques en temps limité.

Exercice 1 :

Dans la figure ci-contre, $ABCD$ est un rectangle tel que :

- $DEFG$ est un carré
- $CE = 4cm$, $AG = 8cm$
- L'aire de la partie hachurée est égale à $92 cm^2$

Que vaut l'aire du rectangle $ABCD$?



Barème 1 : 5 pts

- 4pts pour l'équation

$$(x + 4)(x + 8) - x^2 = 92$$

- 1pt pour les calculs qui en suivent :

$$x = 5...$$

Exercice 2 :

1	1	2	3	5	8	13	...
---	---	---	---	---	---	----	-----

La liste ci-dessus contient 1000 entiers naturels, rangés de la manière suivante :

- Les deux premiers termes sont 1 et 1
- A partir de la troisième case, chaque terme est égal à la somme des deux entiers qui le précèdent

a	b	$a + b$...
-----	-----	---------	-----

- Combien y a-t-il d'entiers impairs dans cette liste?

Barème 2 : 5 pts

- 1pt pour avoir calculer au moins 3 nouveaux termes
- 2pts si on reconnaît la structure (pattern) :
 $impair + impair \rightarrow pair$ i-i-p-i-i-p-i-p...
- 2pt pour la suite du raisonnement : on divise 1000 par 3, puis le nombre de termes impairs est :

$$2 \times 333 + 1 = 667$$

Exercice 3:

Yahya et sa sœur Hiba jouent à un jeu avec deux pièces et un tableau à six cases.

Au début du jeu les deux pièces sont placées dans les deux premières cases (1 et 2).

1	2	3	4	5	6
●	●				

Les règles du jeu sont comme suit :

- A tour de rôle, chaque joueur déplace une pièce vers la droite, d'une case ou plusieurs.
- Une pièce ne peut ni dépasser ni remplacer celle de devant.
- Le jeu s'arrête lorsque les deux pièces sont placées dans les cases 5 et 6, le vainqueur est alors celui qui a effectué le dernier déplacement.

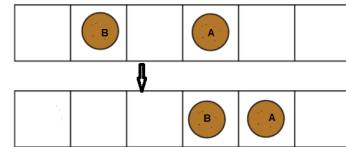
Yahya affirme qu'il gagnera à coup sûr, si Hiba commence le premier tour.

- Expliquer la stratégie du joueur Yahya.

Barème 3 : 5 pts

Cet exercice s'inscrit dans l'axe "combinatorics", il est essentiel de faire initier nos élèves avec ce type de raisonnements sur les stratégies gagnantes dans un jeu. Une manière d'atteindre un bon niveau de performance, serait d'inciter les élèves à jouer à deux concrètement et à bien comprendre les règles du jeu, pour voir les configurations possibles et de décider sur la bonne stratégie. Nous désignerons, pour simplifier, A le joueur qui démarre le premier et B celui qui joue après.

- 2pts Si l'élève donne, seulement, des exemples de mouvements par A et B décrits ci-dessous, on voit bien que B va gagner au 3ème tour!



- 3pts additive pour l'explicitation de la stratégie : le joueur B a l'avantage de rester collé à A (i.e) si B est sur la case n alors A se déplace vers la case $n - 1$.

Exercice 4:

- Trouver la valeur exacte du nombre :
 $2023 \times 20222022 - 2022 \times 20232022$
justifier toutes les étapes de calcul.

Barème 4 : 5 pts

- 3pts pour écrire $20222022 = 2022 \times 10^4 + 2022$ et $20232022 = 2023 \times 10^4 + 2022$
- 2pts pour les détails du calcul et simplification
 $20223 \times (2022 \times 10^4 + 2022) - 2022 (2023 \times 10^4 + 2022) = 2023 \times 2022 - 2022 \times 2022 = 2022$