Institution al inbiaat privée agadir	serie4 sur les applications 1sm biof	Ahmed Achtchi

Exercice1

Soit f la fonction définie de $\mathbb{R}$dans $\mathbb{R}$ par $f(x) = \frac{x}{1+|x|}$.

1. Montrer que f est une application.
2. Résoudre dans$\mathbb{R}$ l'équation f(x)=2.
3. F est-elle surjective ? justifier.
4. Montrer que f est injective.

Exercice2

Soit f une application définie par : $f : [0, +\infty[\to]-\infty, -3]$

$$x \mapsto 2\sqrt{x+1} - x + 1$$

Montrer que f est bijective et déterminer f^{-1}.

Exercice3

Soit f une application définie par $[0, +\infty[\to]-\infty, -3]$ qui à $x \mapsto \frac{1}{(x-2)^2+\frac{1}{2}}$.

1. Montrer que f ($\mathbb{R}$)= $]0,2]$.
2. Montrer que $\forall x \in \mathbb{R} : f(4-x) = f(x)$.
3. En déduire que f n'est pas injective.
4. Soit g la restriction de f à$[2, +\infty[$ montrer que g est une bijection et déterminer g^{-1}.

Exercice4

Soit f une application définie par $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ par $x \mapsto x^2 + x + 2$.

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation f(x)=4.
2. En déduire que f n'est pas injective.
3. Montrer que f ($\mathbb{R}$) $= [\frac{7}{4}, +\infty[$.
4. Soit g : $[\frac{-1}{2}, +\infty[\to [\frac{7}{4}, +\infty[$, $x \mapsto x^2 + x + 2$
   Montrer que g est une bijection et déterminer sa bijection réciproque g^{-1}.

Exercice5

On pose I=$[0, +\infty[$ et on considère l'application f définie par :$f : I \times I \to I \times I$, (x,y) $\to (xy, \frac{x}{y})$.

1. Montrer que f est injective et surjective.
2. Déterminer la bijection réciproque f^{-1}.

Exercie6

Soit f une application définie par $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $x \mapsto x - \sqrt{x^2+1}$.

1. Montrer que$\forall x \in \forall : f(x) < 0$.
2. Montrer que $\forall(x,y) \in \mathbb{R}^2$: $f(x) - f(y) = (x-y)[\frac{(\sqrt{x^2+1}-x)(\sqrt{y^2+1}-y)}{\sqrt{x^2+1}+\sqrt{y^2+1}}]$.
3. En déduire que f est injective.
4. Montrer que : $\forall x \in \mathbb{R}$, $x + \sqrt{x^2+1} = -\frac{1}{f(x)}$.
5. En déduire que f est bijective de $\mathbb{R}$ dans $]-\infty, 0[$ et déterminerf^{-1}.