2011/2012	الموسم الدراسي	فرض محروس رقم 5	ثانوية وادي الذهب
ساعتان	مدة الإنجاز	في مادة الرياضيات	ث.محمد بن الحسن الوزاني
2BSM	المستوى الدراسي	www.riyadiyat.net	تيفلت – الخميسات

❖ مسألة

I)- لتكن g الدالة المعرفة على المجال $]0,+\infty[$ بما يلي: $g(x)=x^2+\ln\frac{x}{2}$.

(1ن) 1)- ادرس تغيرات الدالة g على المجال $]0,+\infty[$.

(1ن) 2)-أ- بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]0,+\infty[$ و أن $\frac{1}{2}<\alpha<1$.

(0.5ن) ب- استنتج إشارة $g(x)$ على كل من المجالين $]0,\alpha[$ و $]\alpha,+\infty[$.

II)- لتكن f الدالة المعرفة على $[0,+\infty[$ بما يلي: $f(x)=\frac{1}{x^2-2\ln x}, x>0$ و $f(0)=0$.

(0.5ن) 1)-أ- بين أن الدالة f متصلة في الصفر على اليمين.

(1ن) ب- أدرس قابلية اشتقاق f في الصفر على اليمين ثم أول هندسيا هذه النتيجة.

(1ن) ج- أدرس الفرع اللانهائي لمنحنى الدالة f بجوار $+\infty$.

(1ن) 2)-أ- بين أن: $\forall x>0, f'(x)=\frac{2(1-x^2)}{x}(f(x))^2$.

(1ن) ب- ضع جدول تغيرات الدالة f، و استنتج أن $\forall x\in[0,+\infty[, 0\leq f(x)\leq 1$.

(1ن) 3)- أنشئ منحنى الدالة f في معلم متعامد ممنظم.

III)- نعتبر الدالة F المعرفة على $[0,+\infty[$ بما يلي: $F(x)=\int_x^{2x} f(t)dt, x>0$ و $F(0)=0$.

(1ن) 1)- بين أن $\forall x>0, 0\leq F(x)\leq x$ ، و استنتج أن F متصلة في الصفر على اليمين.

(1ن) 2)-أ- بين أن $\forall x\in\left]0,\frac{1}{2}\right[, \frac{x}{x^2-2\ln x}\leq F(x)\leq\frac{x}{4x^2-2\ln 2x}$.

(1ن) ب- استنتج أن F قابلة للاشتقاق في الصفر على اليمين و أن $F_d'(0)=0$.

(1ن) 3)-أ- بين أن $\forall x\geq 1, \frac{x}{4x^2-2\ln 2x}\leq F(x)\leq\frac{x}{x^2-2\ln x}$.

(1ن) ب- استنتج أن $\lim_{x\to+\infty} F(x)=0$.

(1ن) 4)-أ- بين أن $\forall x>0, F'(x)=-2g(x)f(x)f(2x)$.

(0.5ن) ب-ضع جدول تغيرات الدالة F .

(1ن) 5)- لتكن $A(\lambda)$ المساحة الهندسية لحيز المستوى المحصور بين منحنى الدالة f و المستقيمات المعرفة على التوالي بالمعادلات: $x=\lambda$ و $x=2\lambda$ و $y=0$ حيث $\lambda>0$.
حدد قيمة العدد λ بحيث تكون المساحة $A(\lambda)$ قصوية.

IV)- لتكن $(I_n)_{n>0}$ المتتالية العددية المعرفة بما يلي: $\forall n\in\mathbb{N}^*, I_n=\int_n^{n+1}F(t)dt$.

(1ن) 1)- بين أن $\forall n\in\mathbb{N}^*, 0\leq I_n\leq F(\alpha)$.

(0.5ن) 2)-أ- بين أن $\forall n\in\mathbb{N}^*, \exists c_n\in[n,n+1] / I_n=F(c_n)$.

(1ن) ب- تحقق أن المتتالية $(c_n)_{n>0}$ تزايدية ، ثم أحسب $\lim_{n\to+\infty} c_n$.

(1ن) 3)-أ- بين أن المتتالية $(I_n)_{n>0}$ تناقصية، و استنتج أنها متقاربة.

(1ن) ب- بين أن $\lim_{n\to+\infty} I_n=0$.