المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية والتعليم العالي وتكوين الأطر والبحث العلمي

المركز الوطني للامتحانات

قطـــاع
التربـية
الوطنية

C : 1M1 الموضوع

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
(الدورة العادية 2005)

المادة : **الرياضيات** مدة الإنجاز : **ثلاث ساعات**

الشعبة : **العلوم التجريبية – العلوم التجريبية الأصيلة – العلوم الزراعية** المعامل : 7

- **يتكون هذا الموضوع من أسئلة مستقلة فيما بينها وتمرينين ومسألة.**
- **يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة.**

أسئلة (أربع نقط ونصف)

1) حل في مجموعة الأعداد العقدية، المعادلة : $z^2 - 2(1+2i)z + 1 + 4i = 0$ | 1

2) بين أن : $\left(\dfrac{\sqrt{3}+i}{2}\right)^{12} = 1$ | 1

3) باستعمال مكاملة بالأجزاء، بين أن : $\displaystyle\int_1^e x^2 \ln x \, dx = \frac{2e^3+1}{9}$. | 1

4) بين أن : $\displaystyle\frac{\pi}{6} = \int_2^4 \frac{dx}{x\sqrt{x-1}}$ (يمكنك وضع $t = \sqrt{x-1}$) . | 1,5

التمرين الأول (نقطتان ونصف)

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم الفلكة S التي معادلتها $(x-1)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 2$
والمستوى P الذي معادلته $x + y - 3 = 0$.

1) بين أن المستوى P مماس للفلكة S . | 1

2) حدد مثلوث إحداثيات نقطة تماس P و S . | 1,5

التمرين الثاني (ثلاث نقط)

يحتوي صندوق على ثلاث كرات بيضاء و سبع كرات سوداء (لا يمكن التمييز بينها باللمس).

1) نسحب عشوائيا وفي ان واحد كرتين من الصندوق. ليكن A و B الحدثين التاليين :

A : " الكرتان المسحوبتان لونهما أسود"

B : "من بين الكرتين المسحوبتين توجد على الأقل كرة لونها أبيض "

بين أن احتمال الحدث A يساوي $\frac{7}{15}$ وأن احتمال الحدث B يساوي $\frac{8}{15}$. | 1,25

2) نعتبر التجربة العشوائية التالية : نسحب كرة واحدة من الصندوق ، فإذا كانت بيضاء نتوقف عن السحب وإذا كانت سوداء نضعها جانبا ثم نسحب كرة ثانية و أخيرة من الصندوق .

ليكن C و D الحدثين التاليين :

C : " الحصول على كرة بيضاء في السحبة الأولى "

D : "الحصول على كرة بيضاء "

أ – احسب احتمال الحدث C . | 0,75

ب– بين أن احتمال الحدث D يساوي $\frac{8}{15}$. | 1

... ←

الامتحان الوطني الموحد للباكالوريا
(الدورة العادية 2005)

C : 1M1

المادة : الرياضيات

الشعبة : العلوم التجريبية – العلوم التجريبية الأصيلة – العلوم الزراعية

مسألة (عشر نقط)

الجزء الأول

نعتبر الدالتين g و h المعرفتين على المجال $]0\,,+\infty[$ بما يلي:
$g(x) = x - 1 - \ln x$ و $h(x) = x + (x-2)\ln x$.

1) أ- احسب $g'(x)$ لكل x من المجال $]0\,,+\infty[$ ثم ادرس منحى تغيرات الدالة g . 0,75

ب- استنتج أن $g(x) \geq 0$ لكل x من المجال $]0\,,+\infty[$. 0,25

2) أ- بين أن : $h(x) = 1 + g(x) + (x-1)\ln x$ لكل x من المجال $]0\,,+\infty[$. 0,5

ب- بين أن: $(x-1)\ln x \geq 0$ لكل x من المجال $]0\,,+\infty[$. 0,5

3) استنتج أن : $h(x) > 0$ لكل x من المجال $]0\,,+\infty[$. 0,5

الجزء الثاني

نعتبر الدالة f المعرفة على $]0\,,+\infty[$ بما يلي: $f(x) = 1 + x\ln x - (\ln x)^2$.

وليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم.

1) أ- احسب $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} f(x)$ ثم أول النتيجة مبيانيا. 0,5

ب- احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثم حدد الفرع اللانهائي للمنحنى (C) بجوار $+\infty$ (لاحظ أن : 1

$f(x) = 1 + x\ln x\left(1 - \dfrac{\ln x}{x}\right)$).

2) أ- بين أن $f'(x) = \dfrac{h(x)}{x}$ لكل x من المجال $]0\,,+\infty[$. 0,5

ب- استنتج أن الدالة f تزايدية قطعا على المجال $]0\,,+\infty[$. 0,25

3) ليكن (Δ) المستقيم المماس للمنحنى (C) في النقطة $A(1\,,1)$.

أ- بين أن معادلة ديكارتية للمستقيم (Δ) هي $y = x$. 0,5

ب- تحقق من أن : $f(x) - x = (\ln x - 1)g(x)$ لكل x من المجال $]0\,,+\infty[$. 0,5

ج- ادرس إشارة $f(x) - x$ ثم استنتج الوضع النسبي للمنحنى (C) و المستقيم (Δ) . 1

4) أنشئ المنحنى (C) و المستقيم (Δ) في نفس المعلم. (نقبل أن المنحنى (C) يقبل نقطة انعطاف أفصولها محصور بين 1 و 1,5) 0,75

الجزء الثالث

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بما يلي: $u_0 = \sqrt{e}$ و $u_{n+1} = f(u_n)$ لكل n من IN.

1) بين بالترجع أن $1 < u_n < e$ لكل n من IN . 0,5

2) بين أن المتتالية (u_n) تناقصية (يمكنك استعمال السؤال 3) ج- من الجزء الثاني). 1

3) استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة ثم احسب نهايتها. 1